



4

El modelo de las dos esferas

- 4.1 El modelo de las dos esferas
- 4.2 El movimiento de rotación
- 4.3 La latitud y la Polar
- 4.4 La rotación en otras latitudes
- 4.5 Antiguos y modernos
- 4.6 Trabajos escolares

Las observaciones descritas en las secciones precedentes constituyen una parte importante de los datos utilizados por los astrónomos de la Antigüedad para analizar la estructura del Universo. Son las claves para resolver un rompecabezas del que son tentativas de solución las diversas teorías inventadas por los astrónomos. La cosmología de las dos esferas es totalmente pertinente, es decir, da cuenta con toda precisión de las observaciones de los cielos. Es un producto de la imaginación humana. Se trata de un esquema conceptual, una teoría desarrollada a partir de las observaciones y que, a un mismo tiempo, las trasciende. La característica más sorprendente del universo de las dos esferas es quizá la ayuda que presta a la memoria del astrónomo, su economía conceptual. Quien observe el cielo teniendo presente el modelo de las dos esferas descubrirá que la lista de observaciones se convierte por primera vez en un todo coherente y que de este modo es mucho más fácil recordar los diversos elementos de dicha lista. El universo de las dos esferas es aún utilizado ampliamente en nuestros días dada su capacidad de proporcionar un compacto resumen sintético de una vasta cantidad de importantes hechos de observación. La teoría y la práctica de la navegación y de la topografía pueden ser expuestas con gran sencillez y precisión a partir de este modelo.

Thomas S. Kuhn: *La revolución copernicana*

En los temas anteriores, varias veces, hemos dicho que el aspecto, la apariencia del cielo nocturno es la de un gran techo abovedado. Pasar de esta impresión a una forma geométrica concreta y precisa (la esfera) no es tan intuitivo como parece.

A lo largo de muchos siglos, en la Antigüedad, las primeras civilizaciones (en Mesopotamia, en Egipto) fueron organizando sus conocimientos y creando unas cosmologías que dieran respuesta a los misterios del magnífico espectáculo celeste y sus movimientos. Estas cosmologías primitivas tenían un marcado cariz mitológico, llenas de dioses que poblaban los espacios siderales y que se movían como lo hacían los astros por su propia voluntad.

Los egipcios, por ejemplo, consideraban que las estrellas estaban en el cuerpo de la diosa Nut que se arquea sobre la superficie plana terrestre donde está tumbado su esposo Geb, el dios de la Tierra, mientras que Shu, el dios del aire, la sujeta. Para el Sol tenían tres dioses: Horus, el Halcón, es el Sol naciente, Ra cuando está en su esplendor a mediodía y Osiris cuando muere al ponerse por el oeste. En fin, que eran explicaciones totalmente míticas; los cuerpos celestes se mueven como los vemos porque así lo querían esos seres sobrenaturales.



Figura 4.1

Hay que esperar a la cultura griega clásica para que comiencen a abrirse paso explicaciones racionales basadas en modelos geométricos del universo que van a permitir comprender y predecir los fenómenos: nace la ciencia. Hacia el siglo V a.C. parece que ya estaba clara la forma esférica de la Tierra y de los cielos y se empezó a desarrollar un modelo abstracto que permitía integrar en un *totum* comprensible gran parte de los hechos observados.

Pues bien, ¿quién fue el inventor de este modelo?: el filósofo, matemático y astrónomo Eudoxo. La palabra "inventor" es una exageración premeditada. Un concepto de tal calibre no se inventa de la noche a la mañana, va surgiendo poco a poco a la luz hasta que alguien lo explicita. Es más ajustado a la realidad lo que dice D. R. Dicks en *Early Greek Astronomy to Aristotle* (p. 153):

"En la historia de la Astronomía Eudoxo es importante por ser el primer astrónomo griego del que poseemos evidencia definitiva de que trabajó y comprendió plenamente el concepto de esfera celeste. ... Describió sus principales círculos, las relaciones que había entre ellos, así como las constelaciones que los señalaban. ... Eudoxo, un matemático de genio, parece que fue el primero en reconocer la necesidad de cuantificar los datos observacionales y tratarlos numéricamente, y por ello cabe calificarlo con justicia como el fundador de la Astronomía matemática."

4.1 EL MODELO DE LAS DOS ESFERAS

Ya hemos avanzado antes que el aspecto que presenta el cielo nocturno es el de una gran esfera abarrotada de estrellas que nos rodea por todas partes. Vamos ahora a precisar esta imagen intuitiva y a comprobar que podemos explicar satisfactoriamente tanto los fenómenos astronómicos vistos hasta el momento como otros que irán apareciendo a partir de ahora.

El modelo de las dos esferas es extremadamente simple: consiste en suponer que el Universo está constituido por dos esferas concéntricas: la terrestre y otra mucho mayor que ella, la **celeste**, en la que se sitúan todas las estrellas.

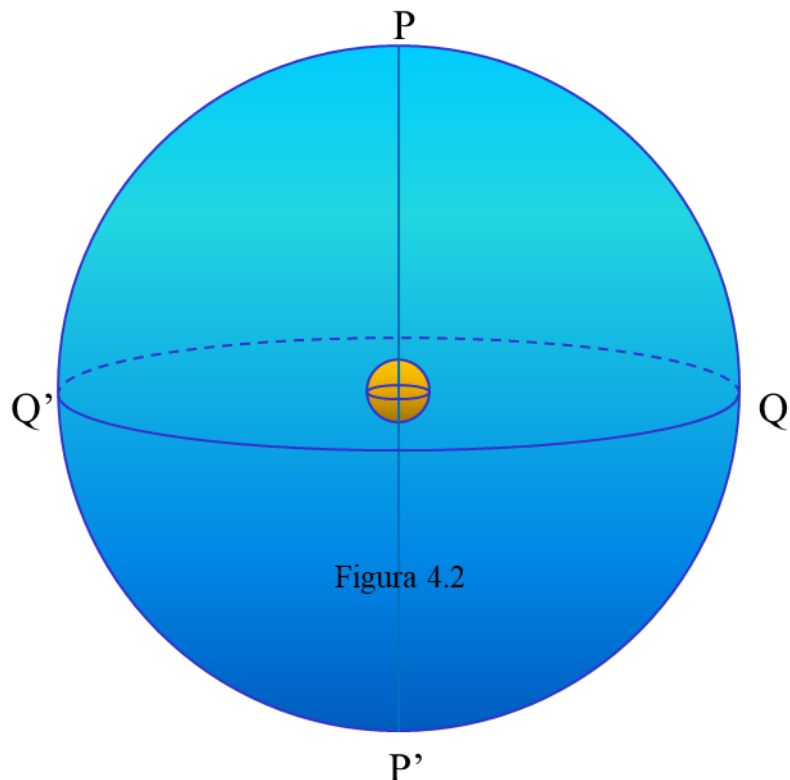
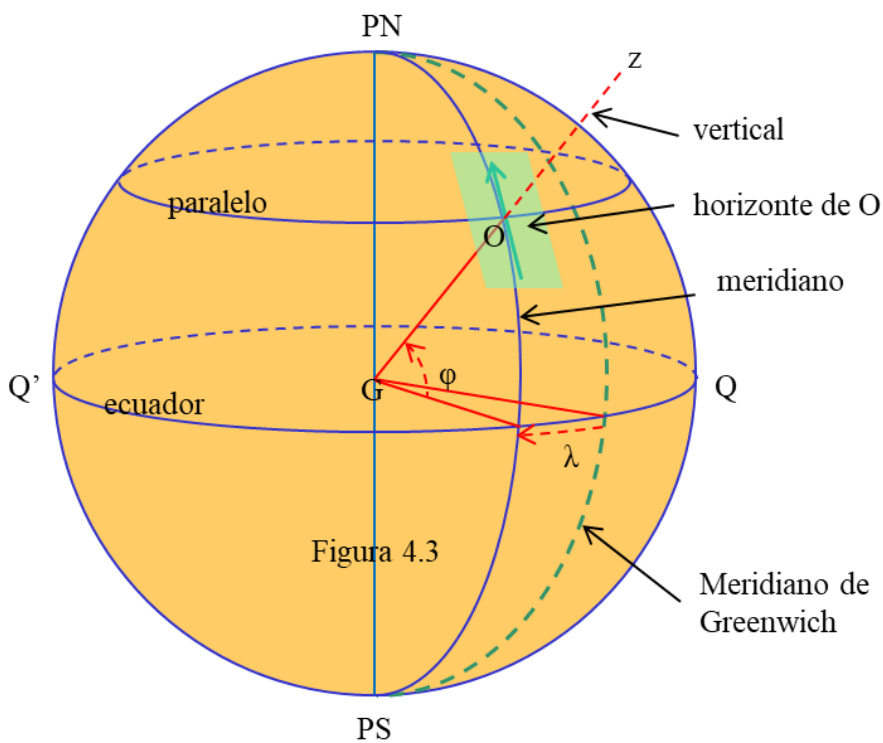


Figura 4.2



En la esfera terrestre hay algunas líneas y puntos que destacan de manera natural: los dos polos, el eje y el ecuador. Los llamaremos **elementos universales**.

Hay otros que dependen del lugar O en el que estemos, por lo que son llamados **elementos locales**:

- El plano del horizonte.
- La línea meridiana (recta que va de norte a sur).
- La vertical del lugar (que se dirige por una parte hacia el centro G de la Tierra y por la otra hacia el cenit z).

- La latitud (ϕ) y la longitud (λ) del punto O.

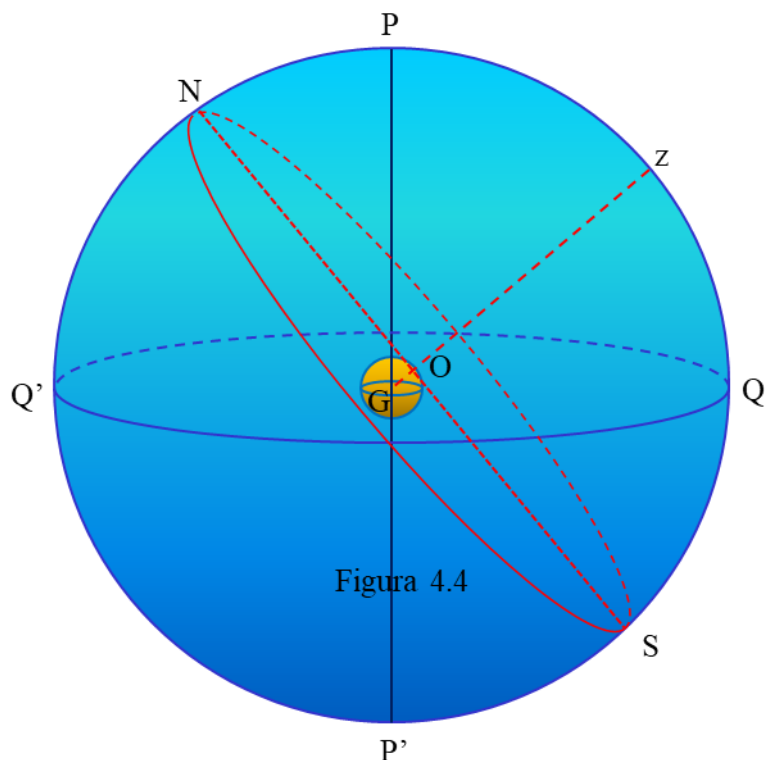
De forma semejante, en la esfera celeste también hay elementos universales y locales.

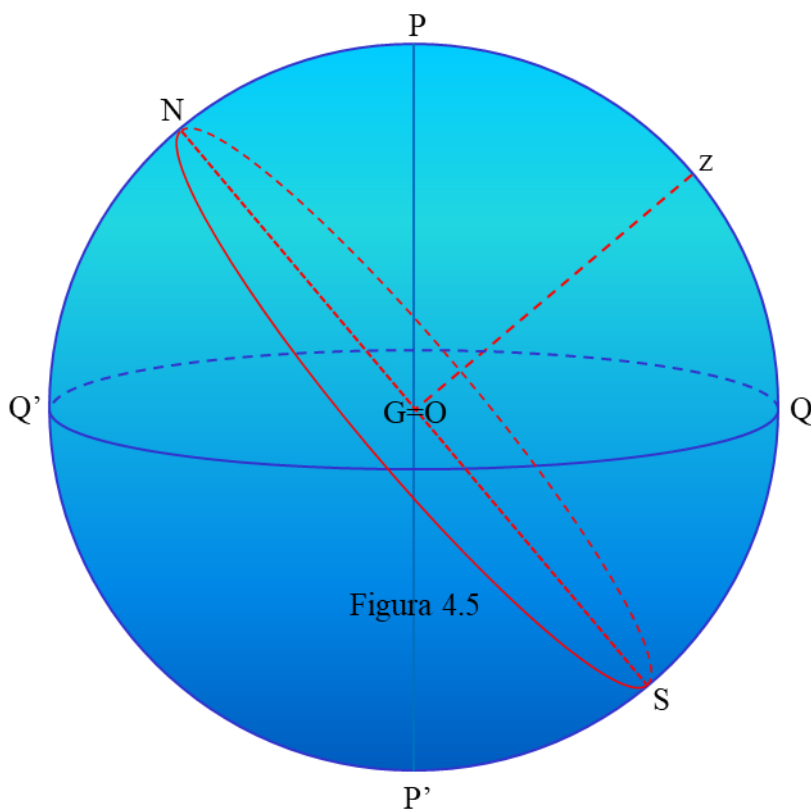
Elementos universales:

- El polo norte celeste (P).
- El polo sur celeste (P').
- El eje del mundo PP'.
- El ecuador celeste QQ'.

Elementos locales:

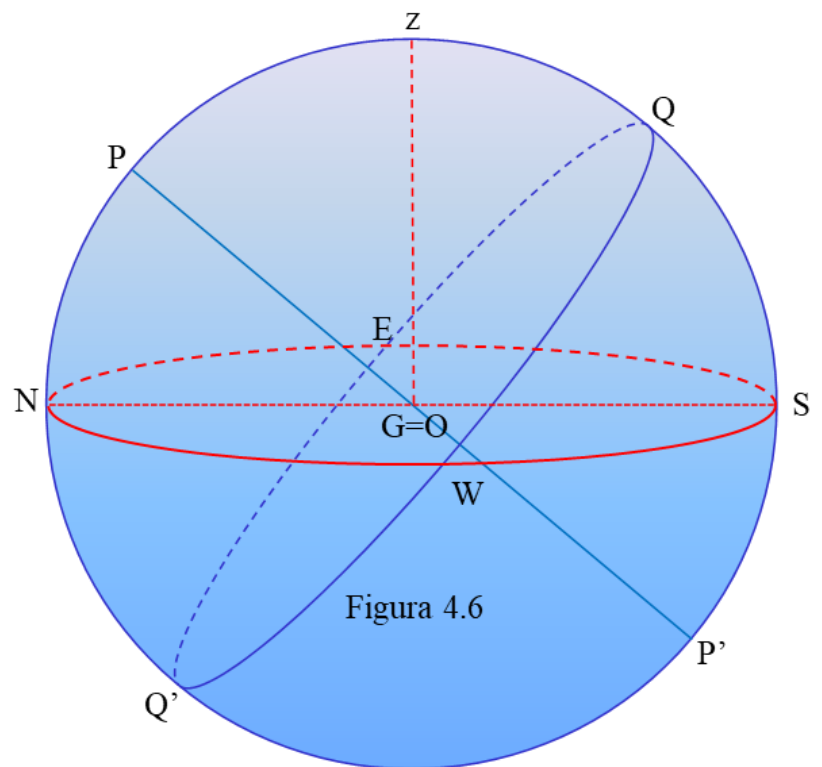
- El horizonte del lugar, círculo máximo de la esfera celeste resultante de su intersección con un plano tangente a la esfera terrestre en el punto O.
- El cenit (z) del observador, punto de la esfera celeste donde termina la vertical del lugar (GO).
- El meridiano del lugar, círculo máximo que pasa por el punto cardinal norte (N) el polo visible P, el cenit z y el punto cardinal sur (S).





En la figura 4.4 el plano del horizonte al ser tangente en O, no pasa por el centro G y no es exactamente un círculo máximo. La parte visible por encima de él parece algo menor que la que queda por debajo. Esto no es así: el horizonte divide la esfera celeste en dos mitades iguales. La figura 4.4 es incorrecta por cuanto el tamaño de la Tierra es despreciable comparado con el de la esfera celeste y es perfectamente válido considerar aquella como un punto. Así los puntos G y O pueden y deben confundirse en uno sólo y la figura 4.5 es la correcta.

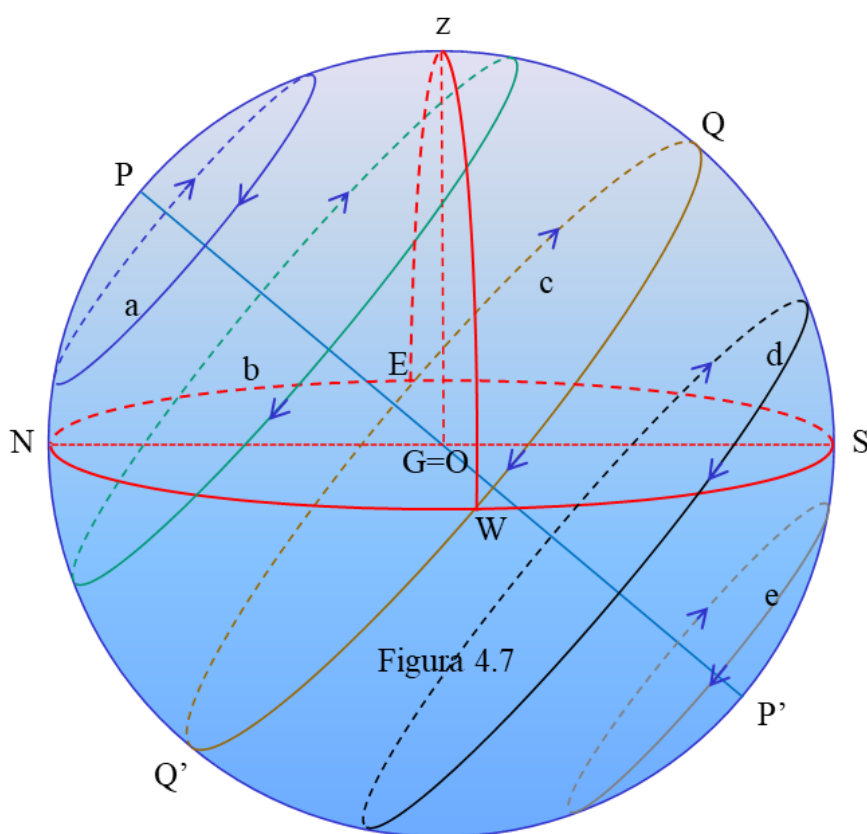
La figura 4.5 es una imagen de nuestro universo de las dos esferas como si pudiéramos verlo desde el exterior. En realidad, nosotros estamos situados en un punto O de la superficie terrestre y, naturalmente, siempre vemos el horizonte horizontal, como se presenta en la figura 4.6, que es el resultado de voltear en bloque la figura 4.5 hasta situar el horizonte tal y como lo vemos desde nuestro observatorio O. Así el cenit z queda en el punto más alto del cielo, el polo P por encima de N y el ecuador que pasa por los puntos cardinales E y W alcanza en Q cierta altura sobre S.



4.2 EL MOVIMIENTO DE ROTACIÓN

En el tema anterior has realizado varias actividades que muestran en los semicírculos de visibilidad el movimiento aparente de las estrellas por la noche. Unas cuantas siempre están visibles y la mayoría salen y se ponen describiendo trayectorias más o menos parecidas a la del Sol si miramos hacia el Sur y circunferencias con centro en la estrella polar (que permanece fija) si lo hacemos hacia el Norte. Las figuras de las constelaciones son siempre las mismas, aunque pueden aparecer con diferentes orientaciones, según la fecha y la hora, y esas líneas imaginarias que nos llevan de una a otra en todo momento cumplen su función.

Da la impresión de que toda la esfera celeste en bloque gira alrededor del eje del mundo, en el sentido indicado por las flechas (figura 4.7), arrastrando a las estrellas (que parecen situadas, atornilladas, en ella) con la Tierra en reposo en el centro y por tanto el horizonte inmóvil (que es lo que nosotros vemos). Podemos imaginarnos una enorme esfera hecha de un material transparente pero sólido (al cielo también se le llama “firmamento”), algo así como cristal. De esta forma veremos a las estrellas salir por el Este y ponerse por el Oeste mientras que sus posiciones relativas permanecen inalterables.



Una estrella como la **a**, situada a unos 30° del polo P (por tanto, estará a 60° del ecuador y su declinación será $\delta = 60^\circ$), realizará aparentemente un recorrido circular con centro en P y radio 30° siempre por encima del horizonte.

La estrella **b** que tiene una declinación de unos 30° saldrá por el NE y se pondrá por el NW; la parte más alta de su trayectoria se pasa al semicírculo sur.

Un astro (**c**) situado en el ecuador recorrerá precisamente esa línea, sa-

liendo por el punto cardinal E, alcanzando una máxima altura de unos 50° sobre el S y poniéndose por el W.

Finalmente, **d**, con una declinación sur de unos 30° , tendrá un recorrido muy corto sobre el horizonte sur.

Todo esto es justamente lo que se observa:

Figura 4.8

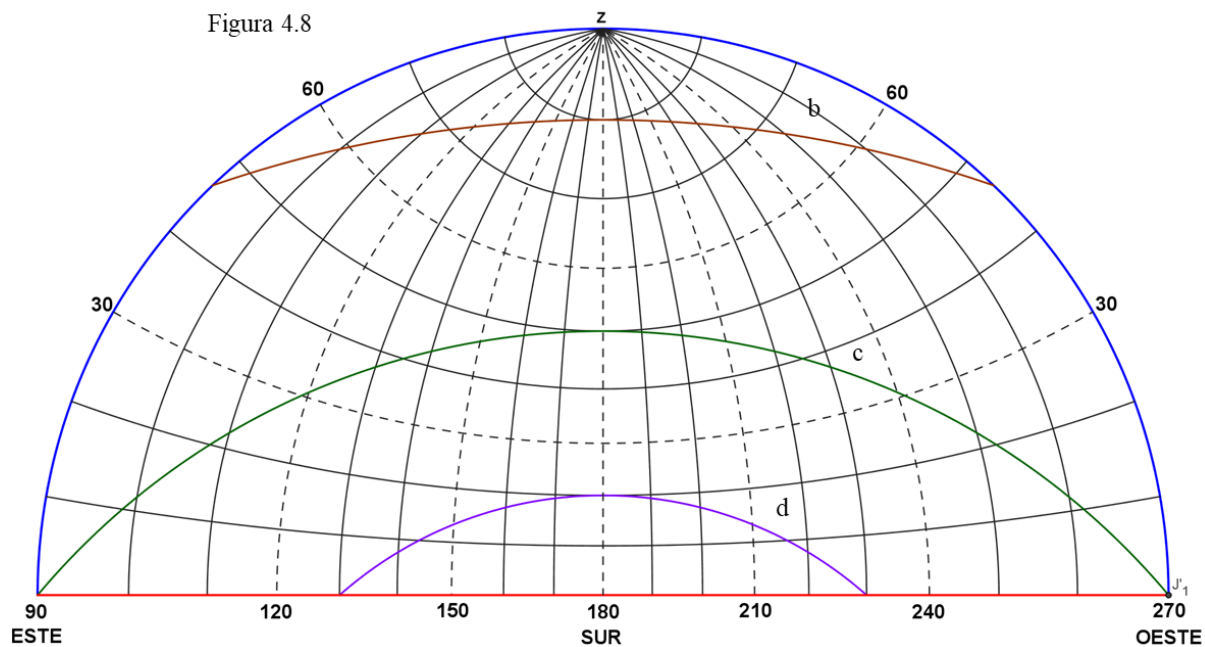
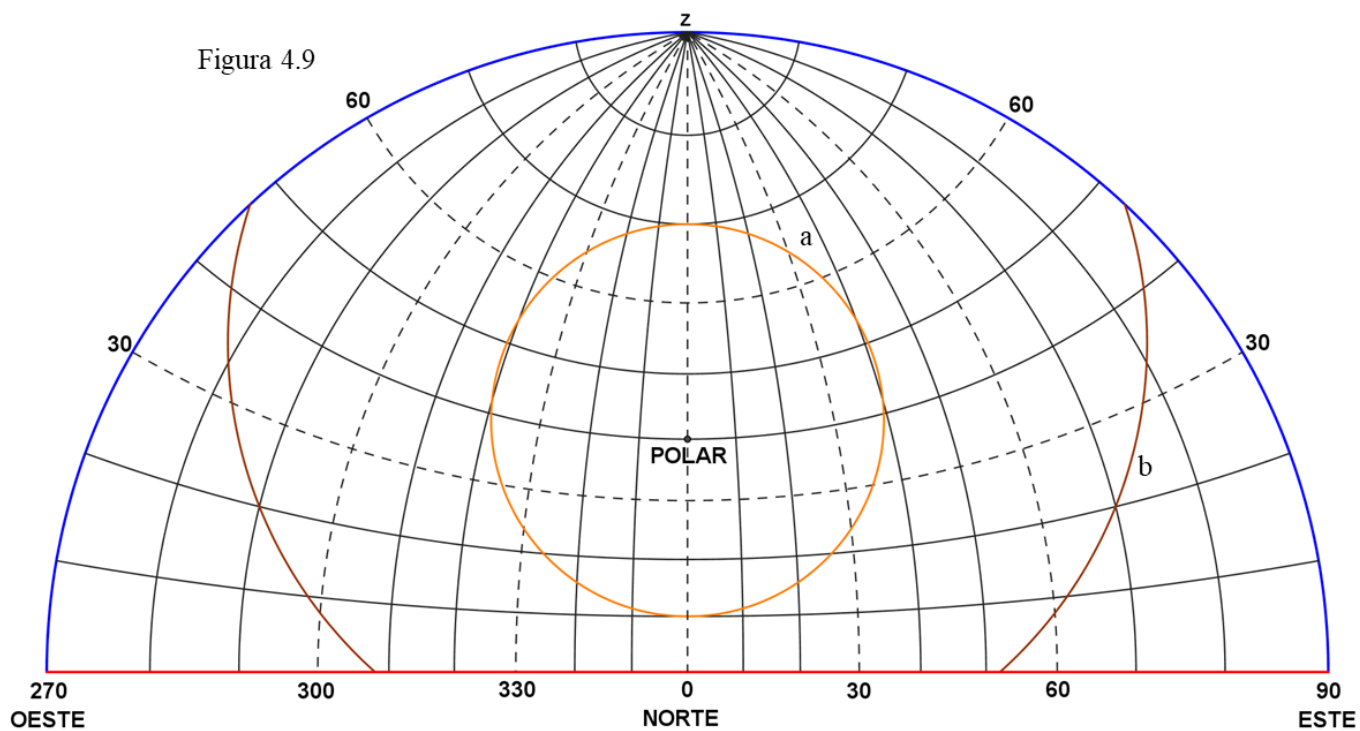


Figura 4.9



El camino descrito sobre nuestro horizonte por una estrella en particular viene determinado por su posición en la esfera celeste, más concretamente por su declinación, por su cercanía o lejanía al ecuador. Las estrellas con alta declinación estarán muy cerca de la Polar y las veremos recorrer un pequeño círculo a su alrededor, siempre mirando hacia el Norte y cruzarán dos veces el meridiano. En cambio, las que tengan declinación Sur, las que estén por debajo del ecuador, harán una trayectoria como el Sol de invierno, saliendo por el ESE, alcanzando una altura máxima en el meridiano relativamente pequeña y poniéndose por un punto simétrico, es decir por el WSW y serán visibles siempre mirando hacia el Sur. Algunas (como la **b** de los ejemplos anteriores) tienen una parte de su recorrido (la salida y la puesta) visibles en el semicírculo Norte y otra (la central) en el Sur.

Puedes comprobar con el planisferio que dos estrellas que tengan la misma declinación, como por ejemplo Capella y Deneb, ambas con una $\delta \approx 45^\circ$, tienen el mismo acimut de salida y también la misma altura máxima meridiana: sus recorridos aparentes son idénticos, solo que lo recorren a diferentes horas.

Pero hay un pequeño detalle añadido, algo que no podemos observar pero que se deduce del modelo: tiene que haber estrellas, como la **e**, cuyo recorrido quede siempre invisible para nosotros. Ya desde tiempos muy antiguos se detectó que al viajar hacia el sur iban apareciendo constelaciones que antes no se podían ver. Desde nuestras latitudes nunca podemos ver Canopus (la segunda estrella más brillante del cielo), la Cruz del Sur, ni α Centauri, la más próxima.

Teniendo presente una imagen del modelo, como la de la figura 4.7, es muy fácil cuantificar algunos aspectos de los recorridos aparentes de las estrellas. Pero para hacerlo con comodidad en vez de esa imagen (figura 4.7) que pretende hacer ver las tres dimensiones de la esfera vamos a utilizar lo que llamamos la esfera celeste en sección que técnicamente es una proyección ortográfica (desde el infinito) sobre el plano del meridiano del lugar.

Ampliación: haz clic [aquí](#) para ver detalles

En la figura 4.10 de la página siguiente se ha representado la misma esfera celeste, pero sin perspectiva, sólo en sección. Los círculos (horizonte, ecuador, paralelos) se proyectan como segmentos de recta de forma que no podemos distinguir la mitad que está por delante de la que está por detrás. Aun así, podremos obtener de ella muchísima información.

El círculo exterior (en azul) representa la esfera celeste, más concretamente el meridiano del lugar, con los dos polos P y P', el cenit z y el ecuador QQ'. El diámetro horizontal NS es el horizonte en el que aparece la graduación (en naranja, de 15° en 15°) del acimut correspondiente a la parte de "atrás", desde 0° en el Norte, pasando por 90° en el centro (donde se confunden los puntos cardinales E y W con el centro O) hasta 180° en el Sur. La graduación de la altura se señala (también en naranja) mediante puntos separados de 10 en 10 grados situados inmediatamente al exterior del círculo azul: tal y como estamos viendo la esfera celeste la altura de P es de 40° (desde N) y por tanto el punto más elevado del ecuador Q tendrá que estar a 50° de altura desde S.

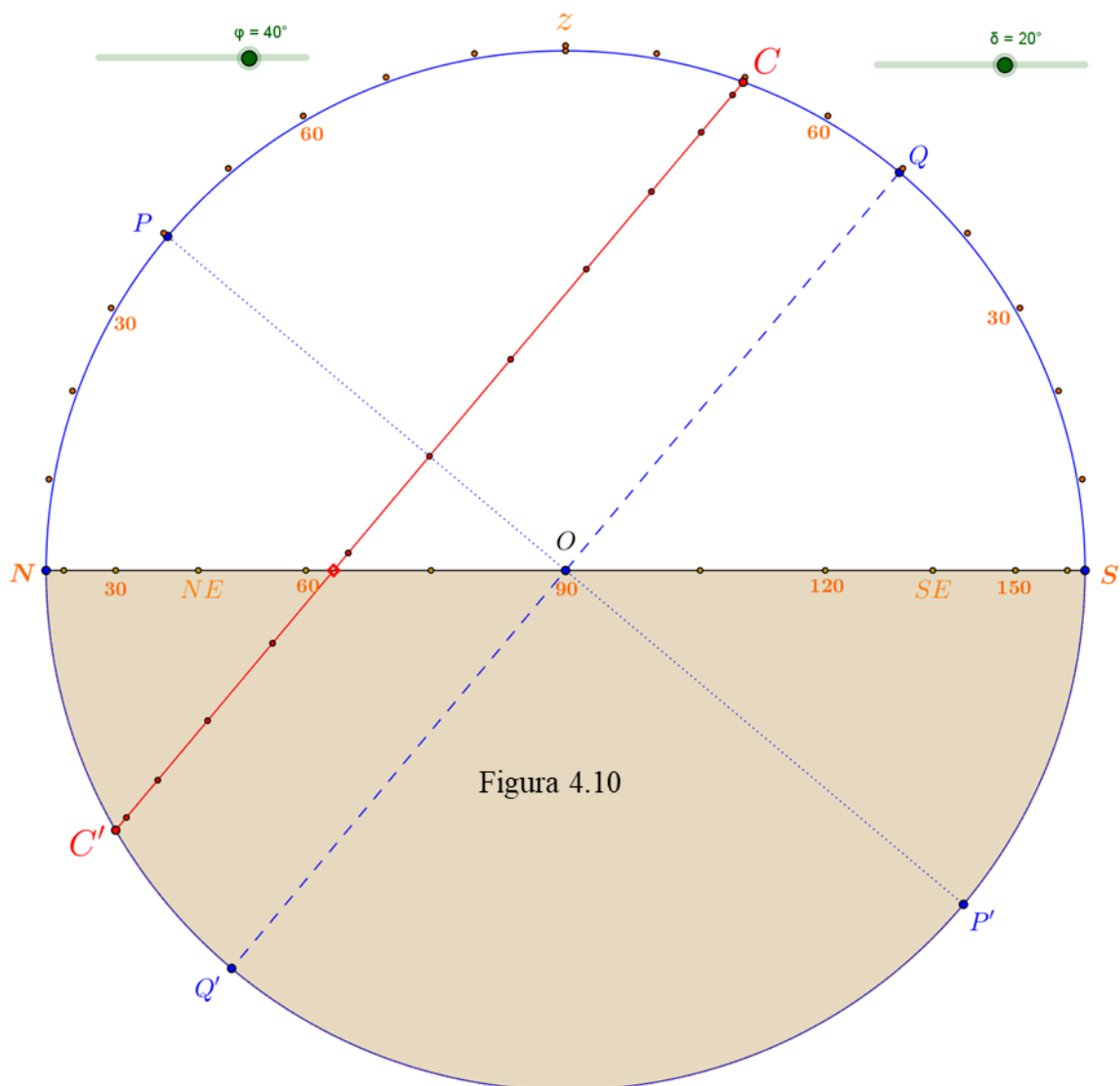


Figura 4.10

Consideremos una estrella de declinación $\delta = 20^\circ$. Recorrerá un paralelo situado 20° por encima del ecuador (el CC', en rojo). Un pequeño rombo rojo señala el punto en el que CC' corta al horizonte mostrando la posición del orto (o el ocaso) de esa estrella; vemos que su acimut de salida es de unos 63° aproximadamente (Este Noreste). También podemos observar que su máxima altura meridiana se alcanza en C y es de 70° . Puedes comprobar estos resultados con el planisferio: una estrella brillante de declinación 20° es Arturo (en realidad tiene una $\delta = 19^\circ$, con lo que habrá mínimas diferencias).

Más todavía: el paralelo CC' está dividido mediante pequeños puntos rojos en 12 tramos, cada uno correspondiente a una hora de tiempo. Desde C hasta el eje PP' hay 6 horas y desde el eje hasta C' otras 6. ¿Cuántos tramos (horas) quedan por encima del horizonte? Contemos: desde C hasta el eje PP' hay 6 y entre el eje y el orto hay algo más de una hora, digamos aproximadamente 1 h 15 m. En total 7 h 15 m. Este es el tiempo que transcurre desde que esa estrella sale hasta que llega a su culminación en C. Otro tanto pasará desde C hasta su puesta, así que una estrella de $\delta = 20^\circ$ está por encima de nuestro horizonte 14 h 30 m. Otra cosa es que se vea todo ese tiempo pues eso dependerá de si el sol está presente ocultándola con su luz o si es de noche.

También puedes utilizar el planisferio y la estrella Arturo para verificar, aproximadamente, este resultado teórico.

En cambio, un astro de declinación 60° (como δ Cas) describirá un paralelo siempre por encima del horizonte; será una estrella circumpolar que cruzará el meridiano dos veces, en su culminación superior (C) llegará a tener una altura de 70° y en la inferior (C') sólo se elevará 10° por encima del punto cardinal Norte.

Compruébalo con el planisferio y con δ Cas.

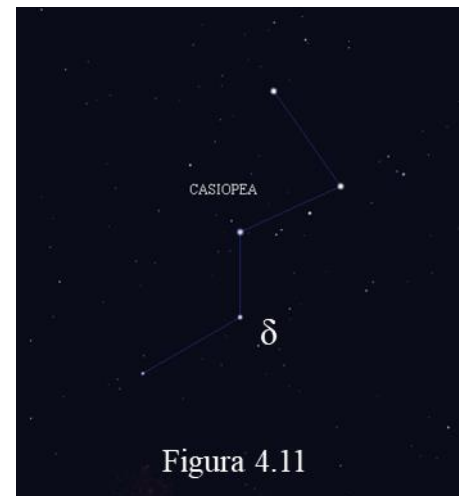


Figura 4.11

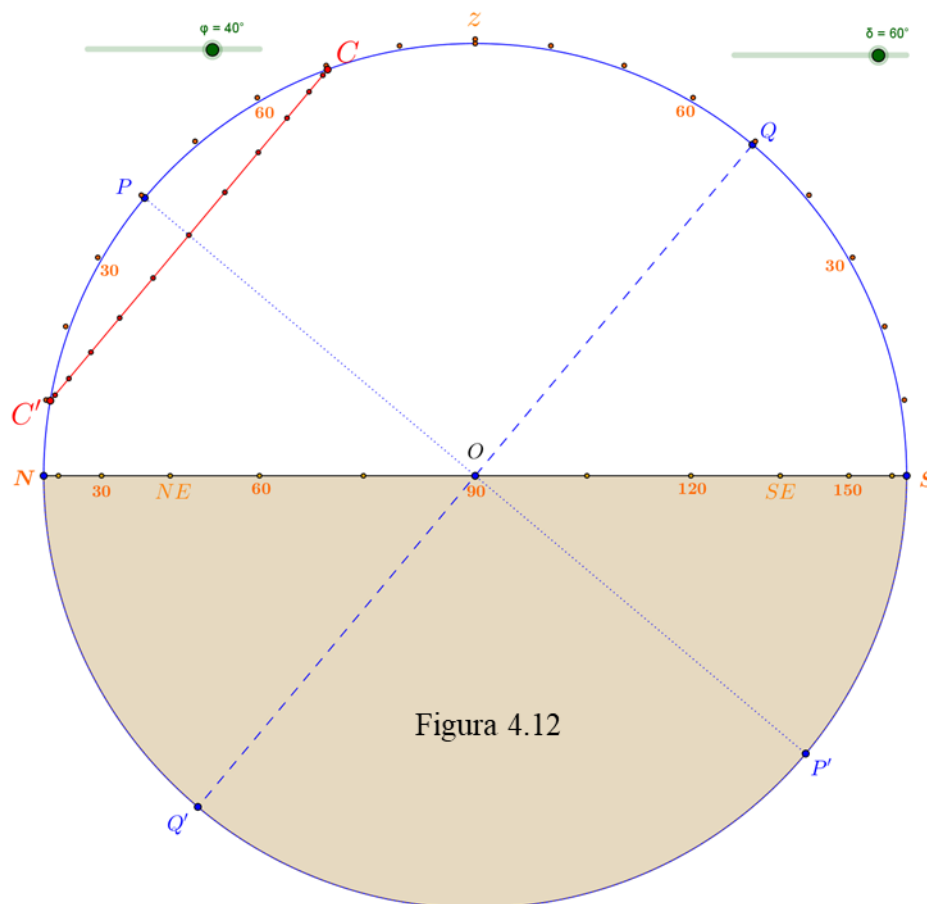


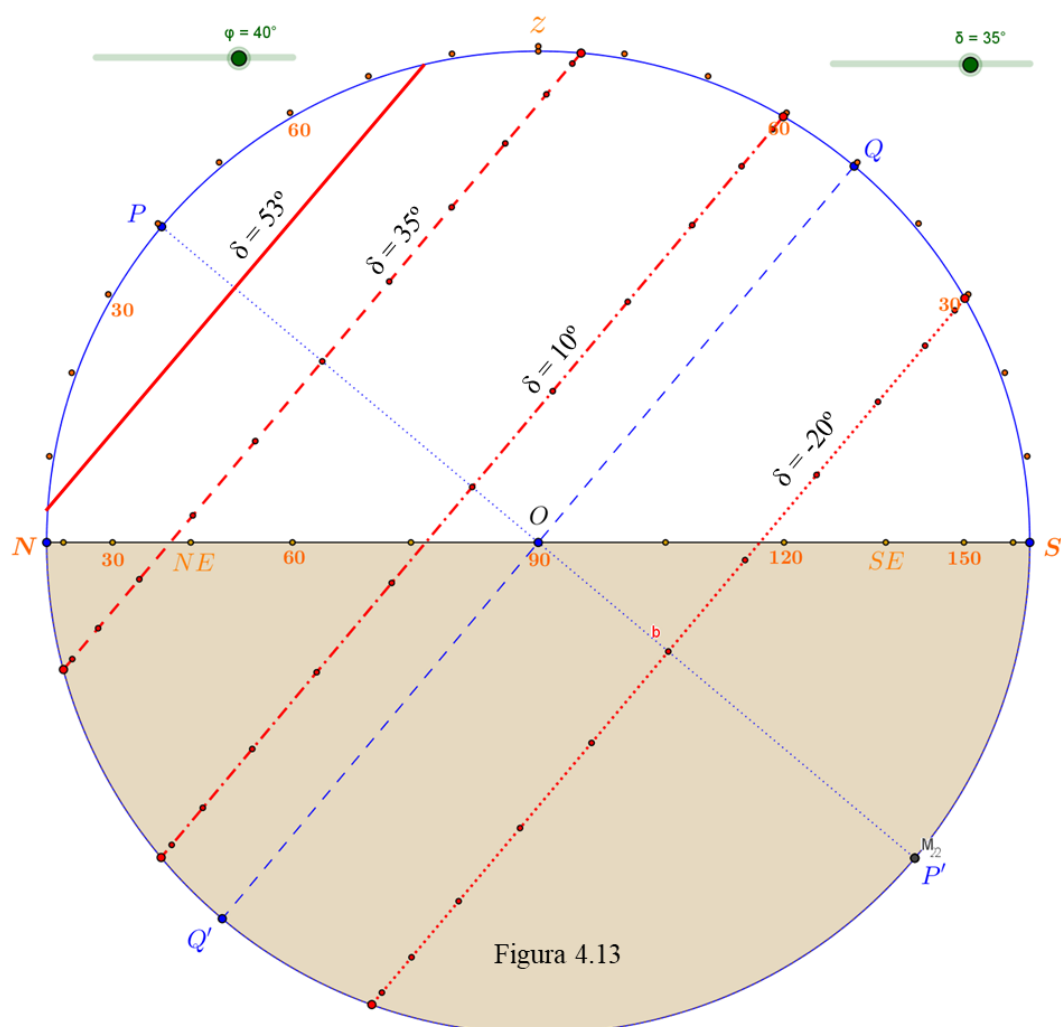
Figura 4.12

Así pues, como ya hemos indicado antes, la trayectoria aparente de una estrella concreta depende exclusivamente de su declinación.

Ejercicio 4.1

Completa esta tabla (algunas celdas quedarán en blanco):

Declinación	-20°	10°	35°	53°
Acimut Orto				
Máxima altura				
Acimut Ocaso				
Culminación inf.				
Culminación sup.				
Horas por encima del horizonte				



Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Ejercicio 4.2

En estos dibujos en sección, la declinación de un paralelo se puede calcular midiendo la distancia hasta el ecuador, hasta Q . Por ejemplo, el punto A está 20° “por encima” (al Norte) de Q , mientras que B tiene una declinación de -30° .

- ¿Cuál es la declinación límite para que una estrella sea circumpolar (siempre visible)?
- ¿Cuál debe ser la declinación de una estrella para que pase por el cenit?
- ¿Cuál es la declinación límite para que una estrella no se vea nunca?

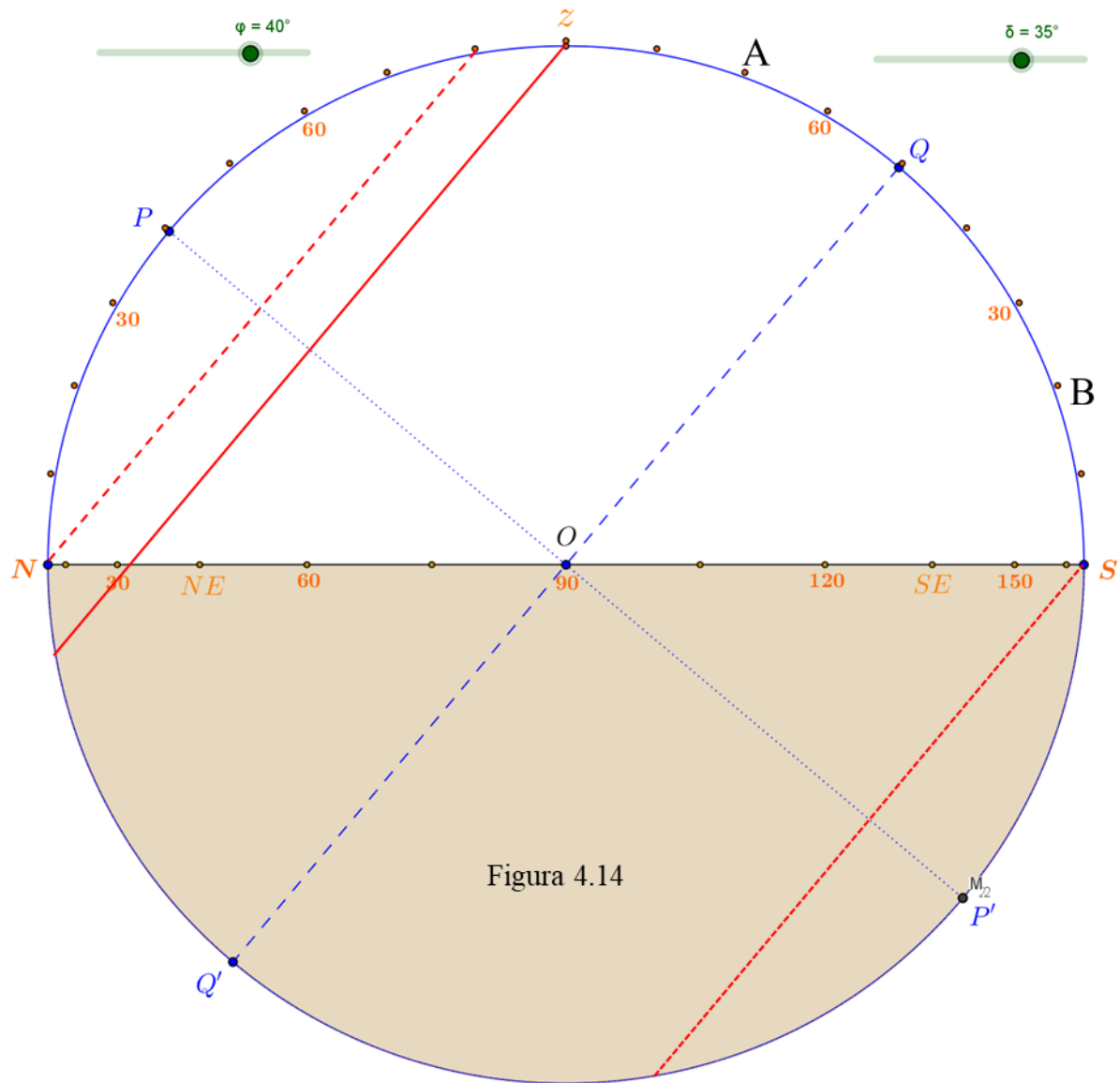


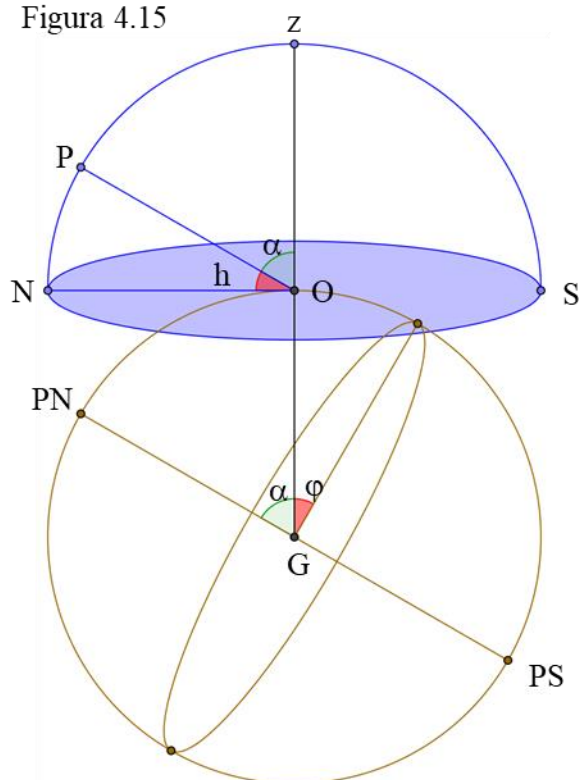
Figura 4.14

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

4.3 LA LATITUD Y LA POLAR

¿Por qué hemos puesto antes el polo norte celeste P precisamente a 40° del punto cardinal norte N? Pues porque esa es la altura de la Polar vista desde un punto O sobre la Tierra en la posición de España y así hemos dibujado todas las figuras hasta ahora. ¿Qué pasaría si nos desplazásemos hacia el norte o hacia el sur? Fíjate en la [figura 4.4](#) Al mover el punto O, el horizonte también variará y, asimismo, la distancia angular entre N y P.

Figura 4.15



Hay una relación precisa entre la latitud del lugar O de observación y la altura del polo P respecto al horizonte. La figura 4.15 representa la esfera terrestre y la semiesfera celeste visible por encima del horizonte tal y como la ve un observador situado en un punto cualquiera O, cuya latitud es φ . La línea OP es la visual hacia el polo P, paralela al eje de la Tierra. El ángulo h es la altura del polo, el ángulo que hay que levantar la vista desde el horizonte para apuntar hacia la Polar (esa visual OP debe ser paralela al eje de la Tierra puesto que el Polo Norte celeste está en la prolongación del eje pero a distancia enorme). Por eso los ángulos α (sombreados en verde) tienen que ser iguales. Pero $h = 90^\circ - \alpha$ (en la semiesfera celeste visible) y también $\varphi = 90^\circ - \alpha$ (en la Tierra). Por tanto, los ángulos φ y h tienen que ser iguales: $\varphi = h$.

Esto es una demostración matemática rigurosa que nos permite enunciar un importante resultado teórico deducido del modelo de las dos esferas: **la altura del polo sobre el horizonte es igual a la latitud del lugar de observación.**

Este resultado teórico tiene muchas consecuencias. Aquí hablaremos de dos de ellas.

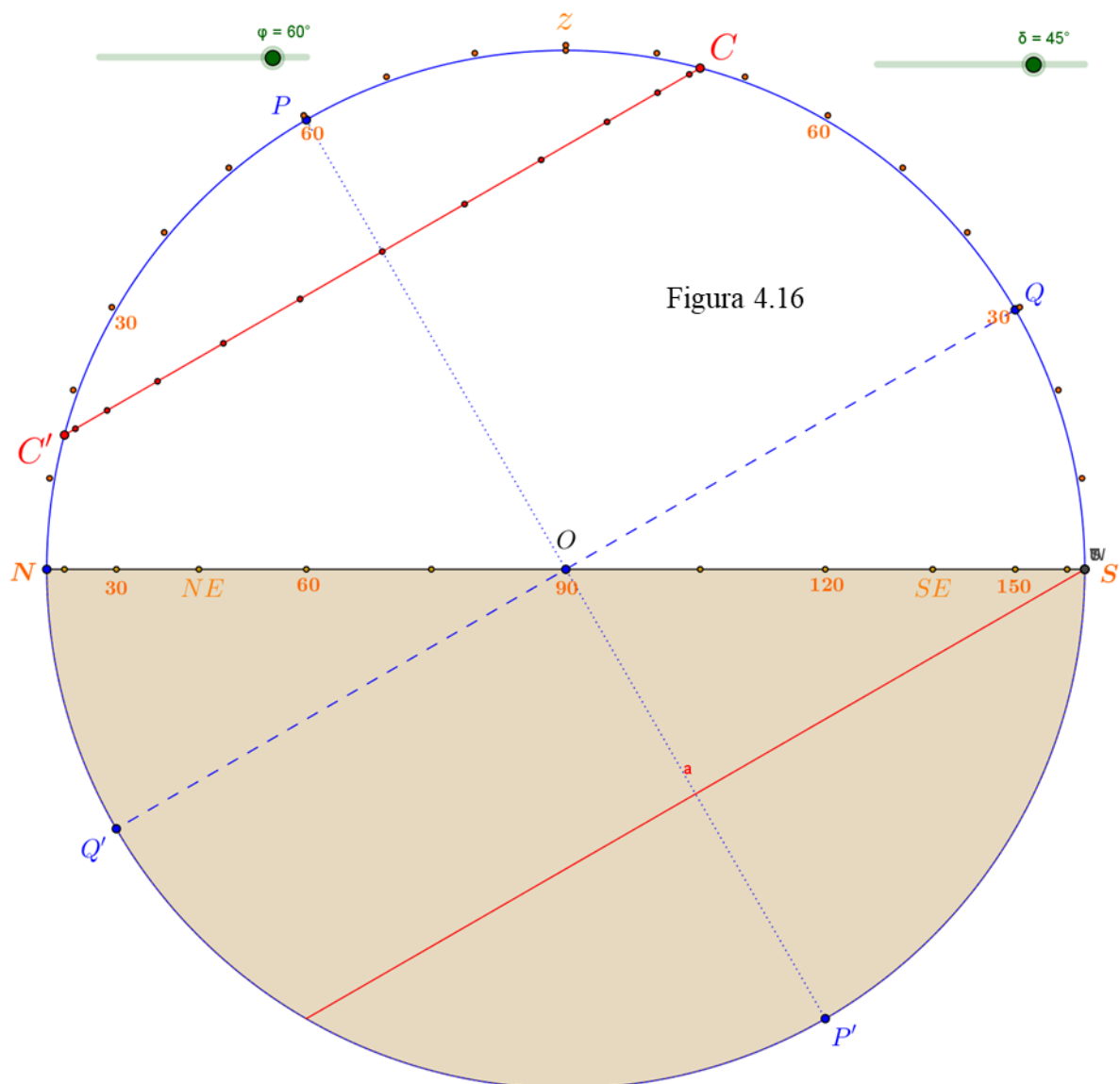
La primera es que tenemos a nuestra disposición un método práctico para calcular nuestra latitud: medir con algún instrumento adecuado, un cuadrante por ejemplo, la altura de la estrella Polar que está muy cerca del polo. Colón hizo esto para mantener sus naves siempre a 28° de latitud, midiendo por las noches la altura de “la estrella del norte” para confirmar que su posición era la correcta mientras se dirigían hacia América. Sólo muy recientemente se han sustituido los procedimientos astronómicos por otros (electrónicos, los famosos GPS) para poder calcular la posición de un punto en la Tierra.

La segunda consecuencia es que podemos simular cómo ven el movimiento de los astros en otros países, en otras latitudes, sin más que tener en cuenta la inclinación adecuada del eje respecto al horizonte. Haremos algunas simulaciones en el apartado siguiente.

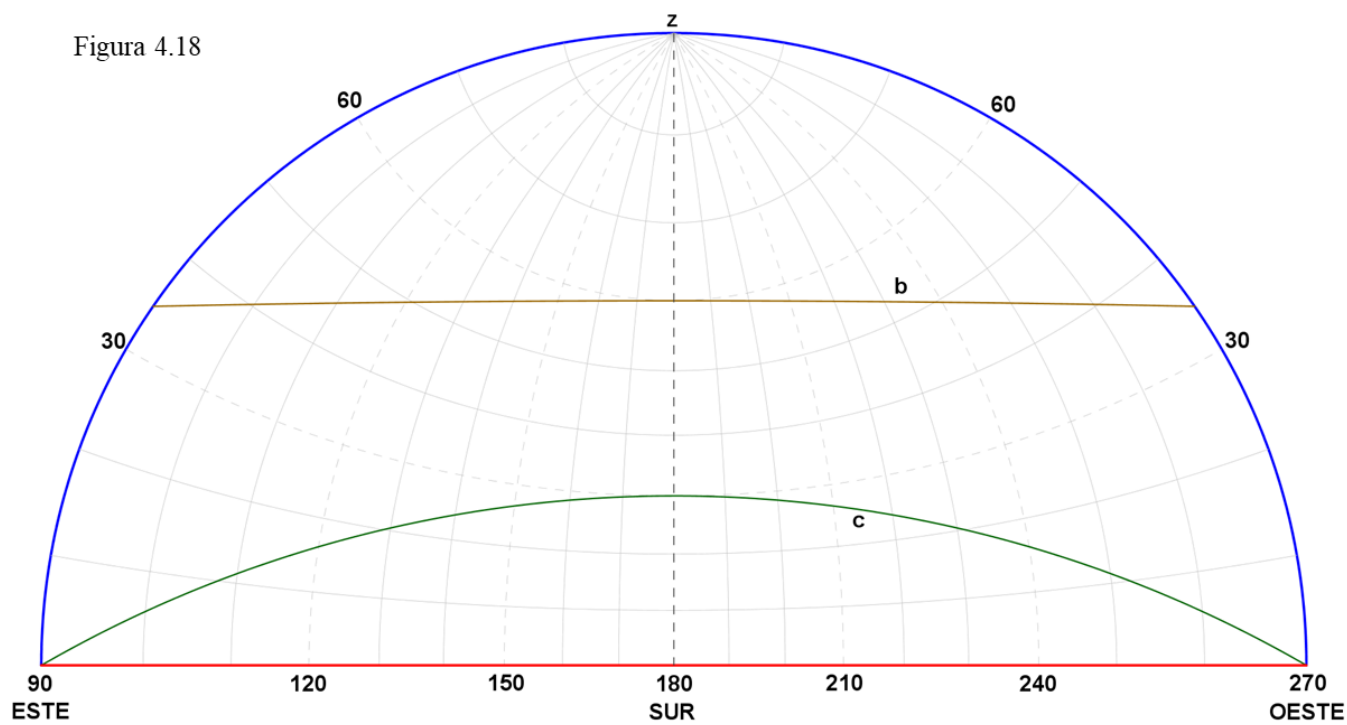
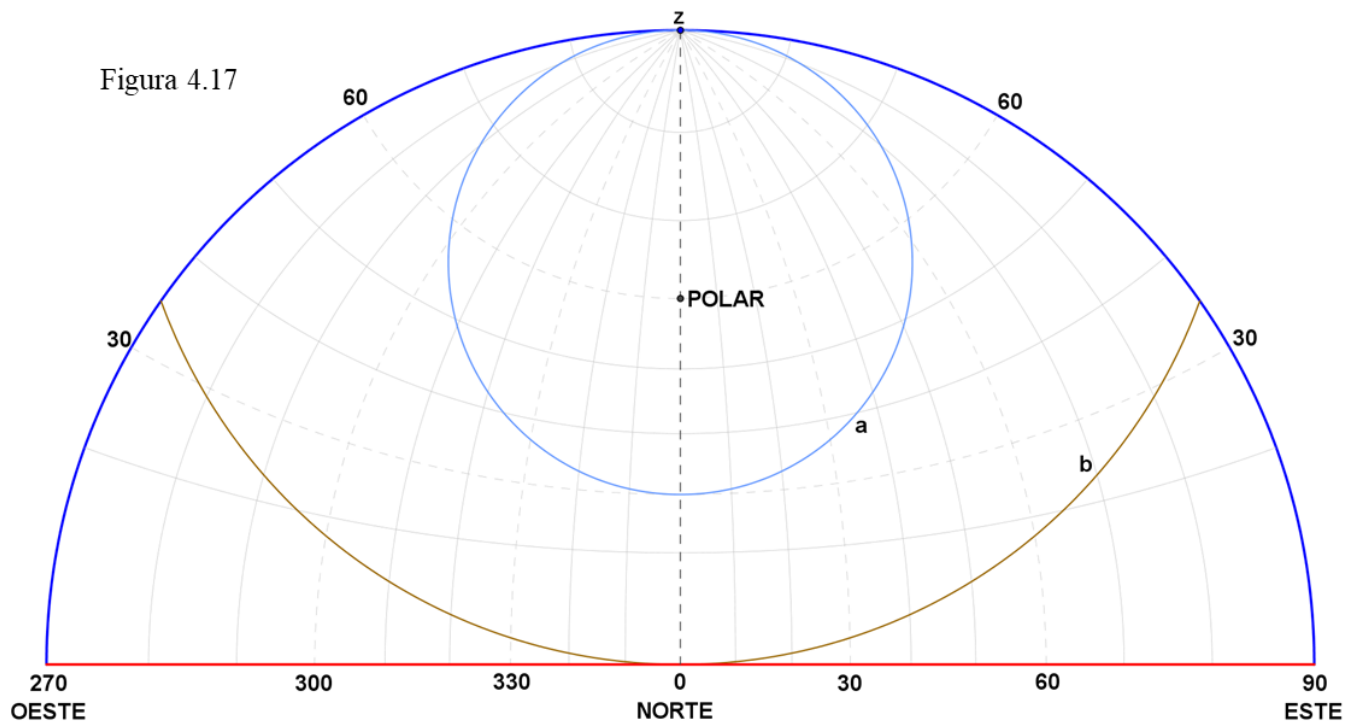
4.4 LA ROTACIÓN EN OTRAS LATITUDES

Vamos a dibujar el modelo de las dos esferas en sección tal y como se vería desde San Petersburgo, la gran ciudad rusa situada a 60° de latitud norte. Solo tenemos que señalar el polo P a esos 60° de altura sobre el punto cardinal N; por tanto Q, el punto más alto del ecuador, se situará ahora a solo 30° sobre el S:

Deneb, la α del Cisne tiene una declinación de 45° . Su paralelo va a quedar ahora permanentemente sobre el horizonte; la culminación inferior (C') tendrá una altura de solo 15° sobre N y la superior (C) llegará a 75° contados desde S.

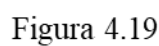


Los semicírculos de visibilidad quedarían ahora así:



- Fomalhaut está situada a -30° de declinación. ¿Dónde se verán más estrellas distintas? ¿desde Madrid o desde San Petersburgo?
- ¿Cuál es la declinación del paralelo que separa las estrellas siempre visibles de las que salen y se ponen, visto desde San Petersburgo?

Ahora nos vamos a desplazar imaginariamente a Caracas, la capital de Venezuela, que está situada a 10° de latitud norte. Ahora P estará solo a 10° de altura sobre el punto cardinal Norte (y P' 10° por debajo del Sur); en consecuencia el ecuador se presenta muy alto: Q se sitúa a 80° de altura desde el punto cardinal Sur. Sobre esa base hay dibujados tres paralelos: el CC' es el de Dubhe (α UMa, $\delta = 62^\circ$), con trazo discontinuo el de Betelgeuse ($\delta = 10^\circ$) y con línea de puntos el de Fomalhaut (α PsA, $\delta = -30^\circ$).

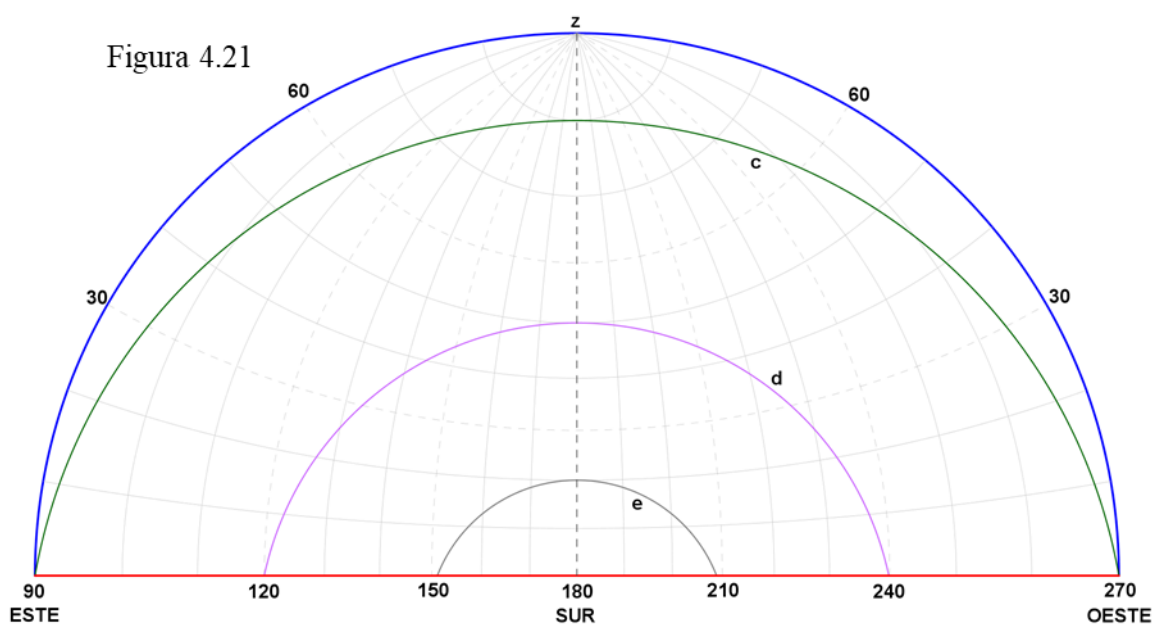
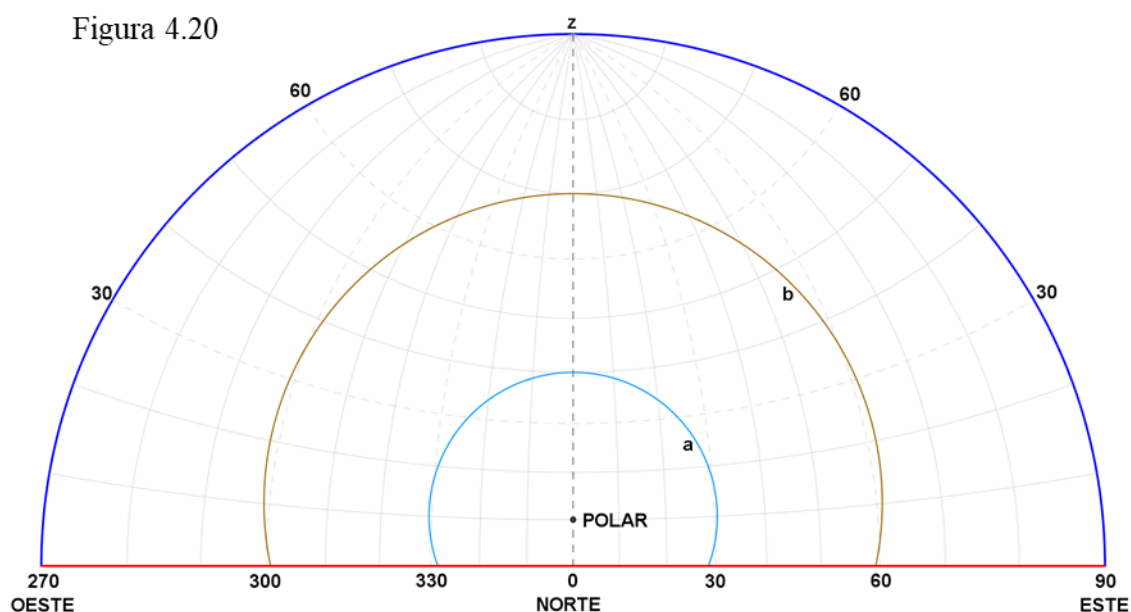


Dubhe en Madrid es circumpolar, pero en Caracas sí que sale y se pone, con su orto y ocaso muy cercanos a N (acimut del orto $\approx 26^\circ$ y el de puesta, por simetría, será $\approx 360^\circ - 26^\circ = 334^\circ$); alcanza una máxima altura de 38° sobre N.

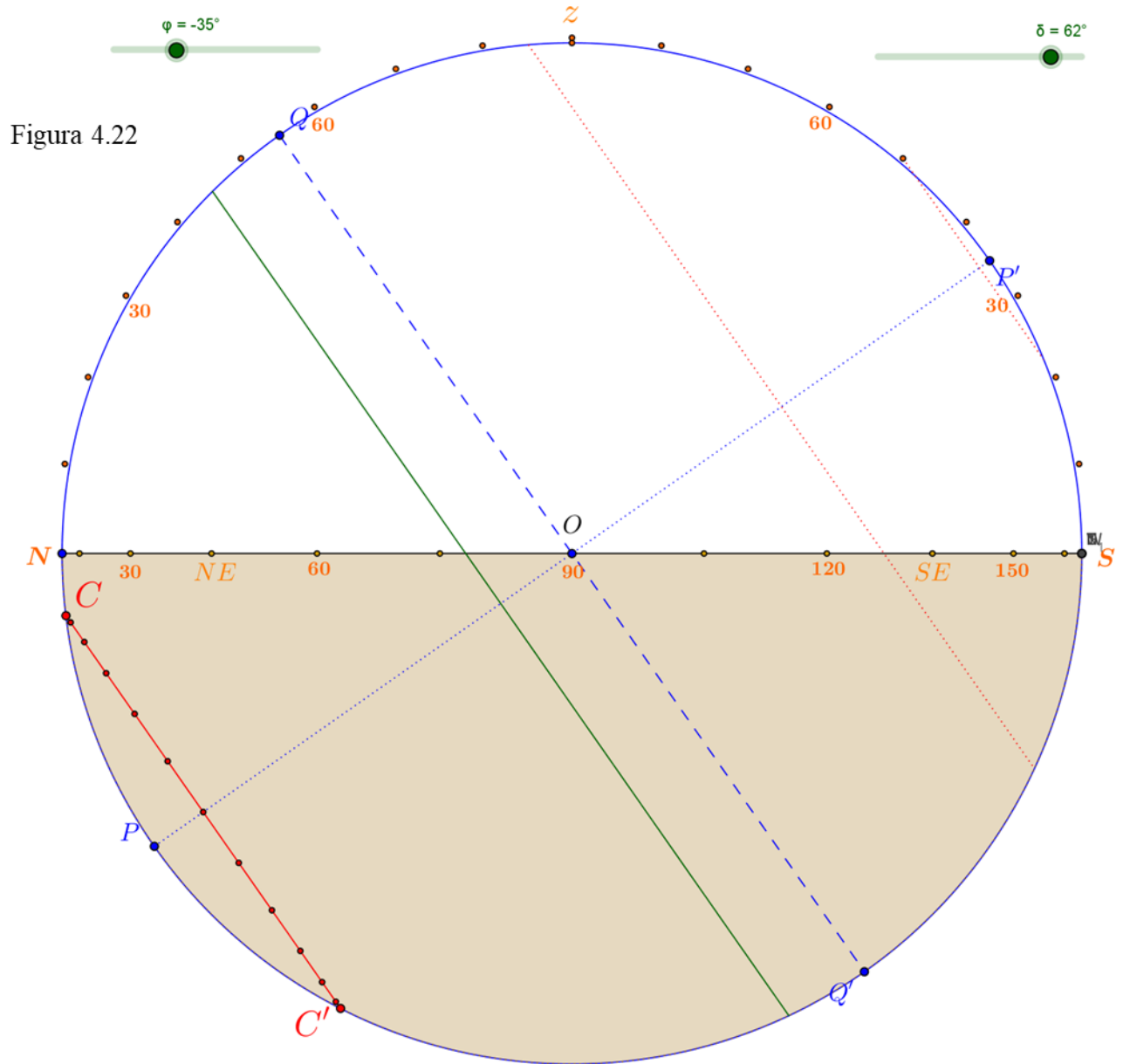
Betelgeuse alcanza el cenit; cuando culmine al cruzar el meridiano desde allí la verán arriba del todo.

Y Fomalhaut, que desde España apenas asoma un poco por encima del horizonte Sur, ahora será visible bastante tiempo y alcanzará una altura máxima nada despreciable de 50° .

Los semicírculos serían estos:

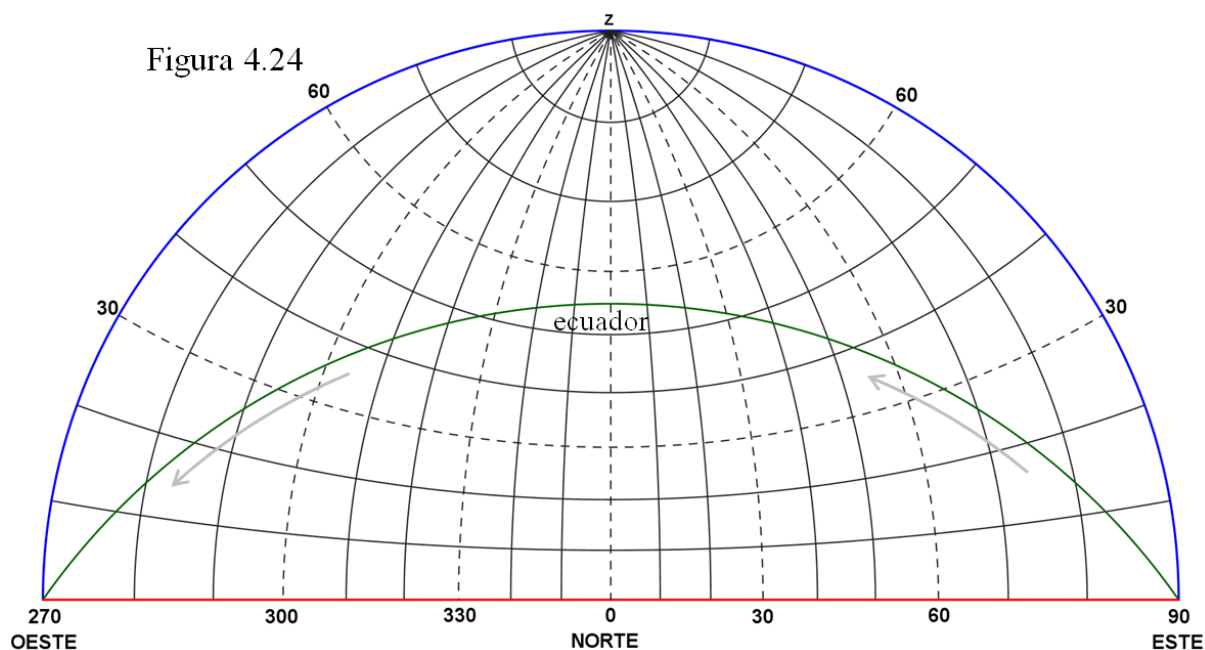
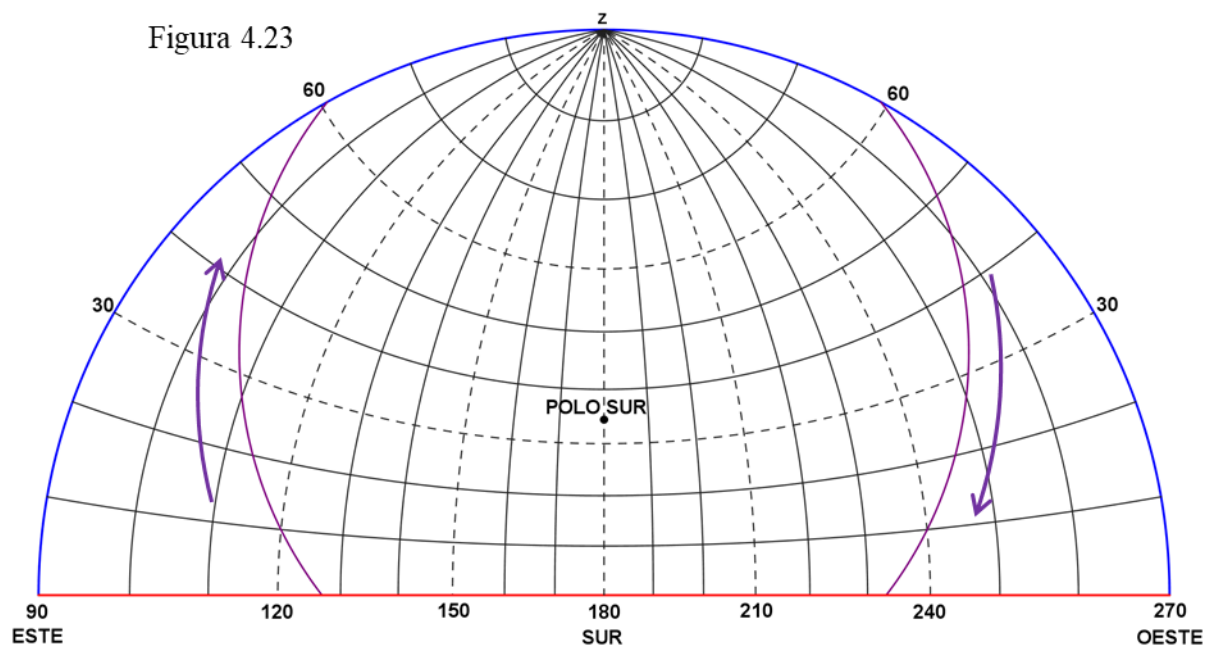


Forcemos ahora el modelo al máximo y vayámonos a Buenos Aires a 35° de latitud sur. Ahora el polo norte P va a quedar 35° por debajo de N y, en cambio, aparece el polo sur P' a esos 35° de altura sobre S . El ecuador queda ahora inclinado hacia el norte y no hacia el sur y su punto más alto Q aparecerá 55° por encima de N .



El cambio es drástico. Dubhe ($\delta = 62^\circ$) es completamente invisible desde Buenos Aires; su paralelo se queda 7° por debajo del horizonte. En cambio, Fomalhaut ($\delta = -30^\circ$) sale por el SE, se pone por el SW y alcanza una altura máxima de 85° sobre N , es decir se pasa un poco del cenit hacia el norte.

Además, el sentido de giro es el opuesto al que estamos acostumbrados. Lo podemos ver en los semicírculos de visibilidad de las figuras 4.23 y 4.24:



Ejercicio 4.4

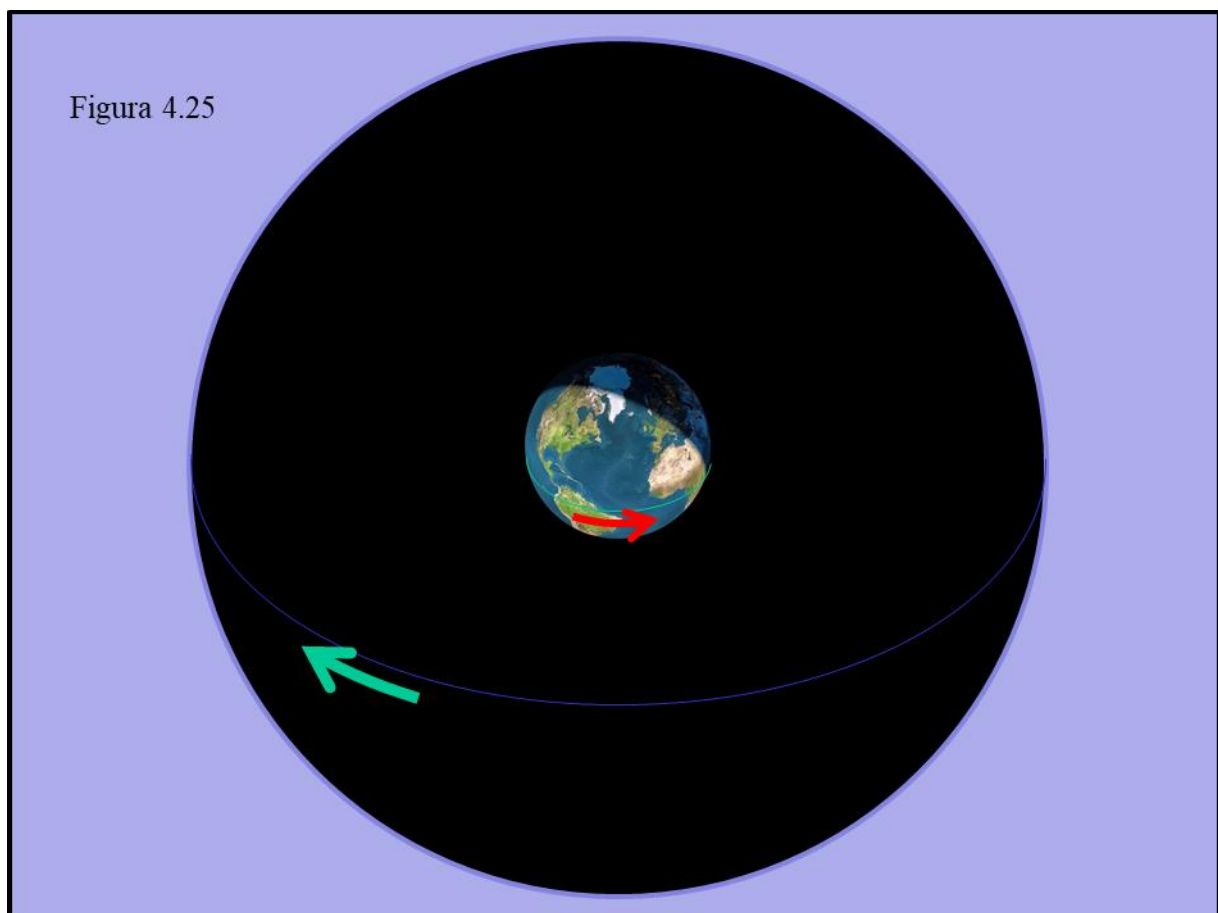
- ¿Qué declinación debe tener una estrella para pasar por el cenit en Buenos Aires?
- ¿Cuál será allí la máxima altura de Betelgeuse ($\delta=10^\circ$)?
- α Centauri tiene una declinación de -61° . ¿Será siempre visible? ¿A qué altura cruzará el meridiano?

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

4.5 ANTIGUOS Y MODERNOS

Como sabes perfectamente es la Tierra la que gira sobre su eje en 24 horas provocando ese movimiento aparente de la esfera celeste. Sin embargo, hay que hacer dos precisiones:

1. En cuanto a las observaciones de los movimientos celestes, da absolutamente igual considerar la Tierra en reposo y la esfera celeste girando de este a oeste que la alternativa de suponer la esfera celeste inmóvil y la Tierra rotando de oeste a este. En ambos casos veríamos lo mismo: los dos modelos son equivalentes y ambos igualmente válidos.
2. Para explicar, comprender y visualizar claramente los movimientos del cielo, tal y como los vemos nosotros, es mucho más cómodo y seguro utilizar la primera alternativa: la Tierra fija y la esfera celeste girando sobre su eje.



La equivalencia entre ambas explicaciones puede captarse si imaginamos una cámara de vídeo colocada en la Tierra y apuntando hacia el cielo.

En realidad, esa cámara, arrastrada por la rotación terrestre, va girando poco a poco, a razón de 15° cada hora, así a las 20 h apunta hacia la constelación B, a las 22 hacia la C, etc. Frente a la cámara van desfilando las estrellas en orden alfabético.

Pero si nos imaginamos que la Tierra está en reposo y es el cielo el que se mueve (en el sentido indicado por las flechas, contrario al real de la esfera terrestre), entonces, de la misma forma la constelación B estará en el foco a las 20 h, la C a las 22, etc. Y el desfile de los astros se producirá también en orden alfabético.

Figura 4.26

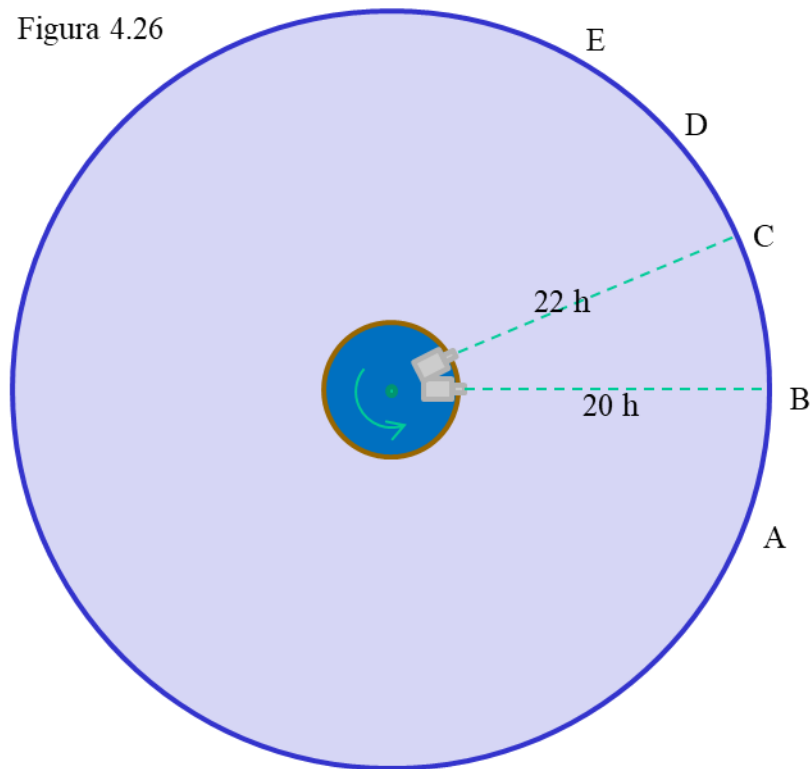
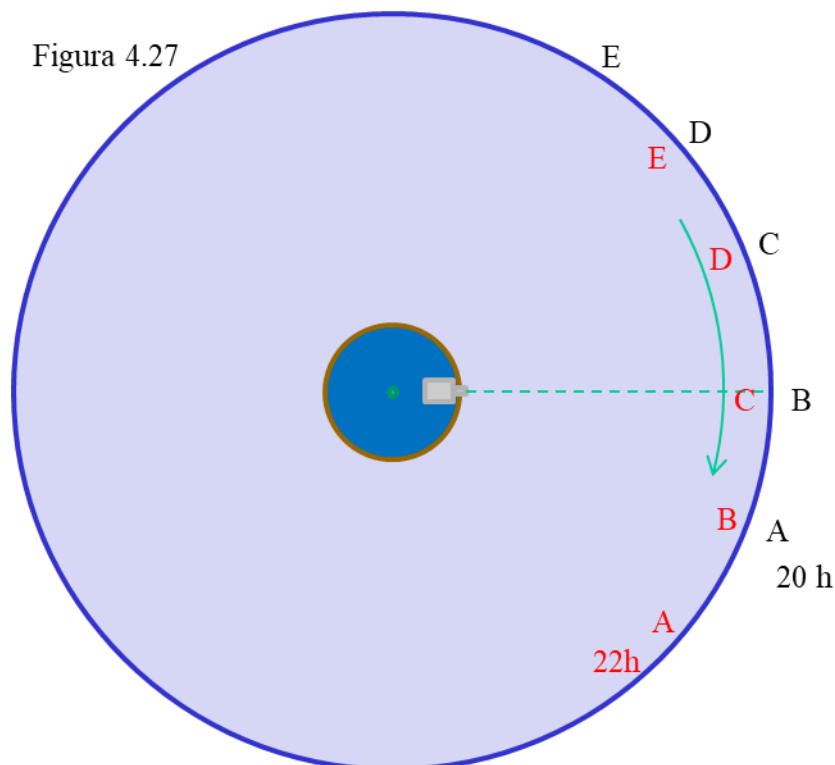


Figura 4.27



4.6 TRABAJOS ESCOLARES

Esfera armilar

Figura 4.28



<https://www.explorarecosmos.com>

La esfera armilar es un modelo en tres dimensiones de la esfera celeste. Recibe su nombre de la palabra latina **armilla** que significa aro o anillo. Cada uno de ellos representa alguno de los elementos astronómicos más significativos: eclíptica, ecuador celeste, horizonte, meridiano... Durante siglos fue utilizado como un excelente modelo para calcular diversas magnitudes astronómicas y para la predicción de otras.

La construcción y/o uso de una esfera armilar en el ámbito escolar (figura 4.29) se convierte en una

excelente herramienta didáctica que puede competir con conocidos programas informáticos.

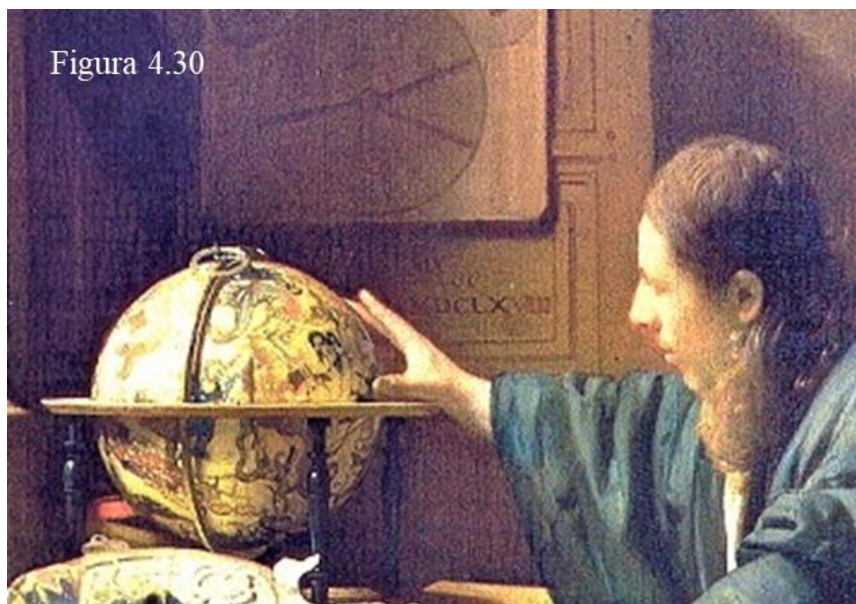
Si se dispone de una esfera celeste sólida y que pueda girar alrededor de su eje, se puede realizar un modelo físico tangible del universo de las dos esferas. Hay que inclinar la esfera celeste hasta que el eje tenga la orientación adecuada y construir con madera fina, cartón o similar una banda que simule el horizonte. Se pueden así visualizar mejor todas estas actividades.



Figura 4.29

CONSTRUCCIÓN

Figura 4.30



<https://historia-arte.com/obras/el-astronomo-de-vermeer>

Para simplificar su fabricación partiremos de una esfera celeste a la que añadiremos un horizonte externo de forma parecida a la que se observa en la figura 4.30 de este detalle del cuadro “El astrónomo” de Johannes Vermeer.

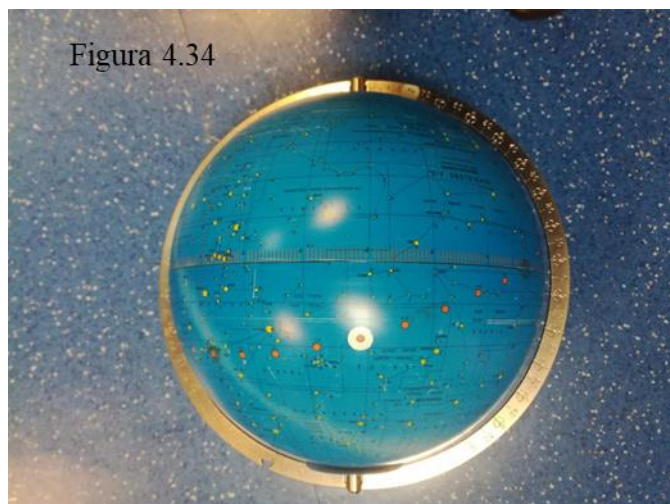
El resultado podéis verlo en la figura 4.31, una esfera celeste con horizonte transformada en armilar en el Aula de Astronomía de Fuenlabrada.



Utilizaremos para ello, una esfera de 30 cm. de diámetro de la marca scanglobe (figura 4.32) en la que se recogen las constelaciones (que aparecen al revés de cómo las vemos en el cielo ya que las miramos desde “fuera”) y los elementos celestes más representativos.

Para la fabricación seguiremos los siguientes pasos:

1. Quitamos la peana que soporta la esfera y retiramos el sistema eléctrico.
2. Fabricamos el meridiano



Unimos el semimeridiano (figura 4.33) con otro arco metálico idéntico de otra esfera scanglobe (no tiene por qué ser celeste ya que los globos terráqueos que se utilizan en los centros escolares utilizan el mismo) o bien cortamos un arco de contrachapado con las mismas dimensiones que el metálico y los unimos entre sí. Después, con las piezas propias de la esfera la unimos al meridiano (figura 4.34).

3. Fabricamos el horizonte

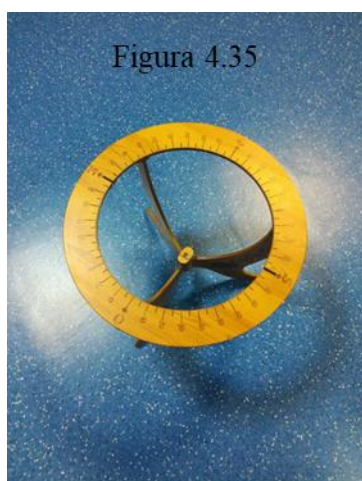


Figura 4.35



Figura 4.36



Figura 4.37

Cortamos un arco de cartón pluma o contrachapado (figura 4.35) de unos 31 cm de diámetro y unos 5 de ancho que encajaremos en una cruceta (figura 4.36). También Podemos cortar un círculo de las dimensiones descritas en el tablero de una mesa camilla (figura 4.37). Graduamos el horizonte, bien en azimut de 0 a 360° o en 180° a partir del Este y Oeste si queremos estudiar los puntos de salida y puesta de estrellas y el Sol sobre esos puntos. Realizamos una ranura sobre el Norte y otra en el Sur para encajar el meridiano.

POSICIONAMIENTO DE LA ESFERA

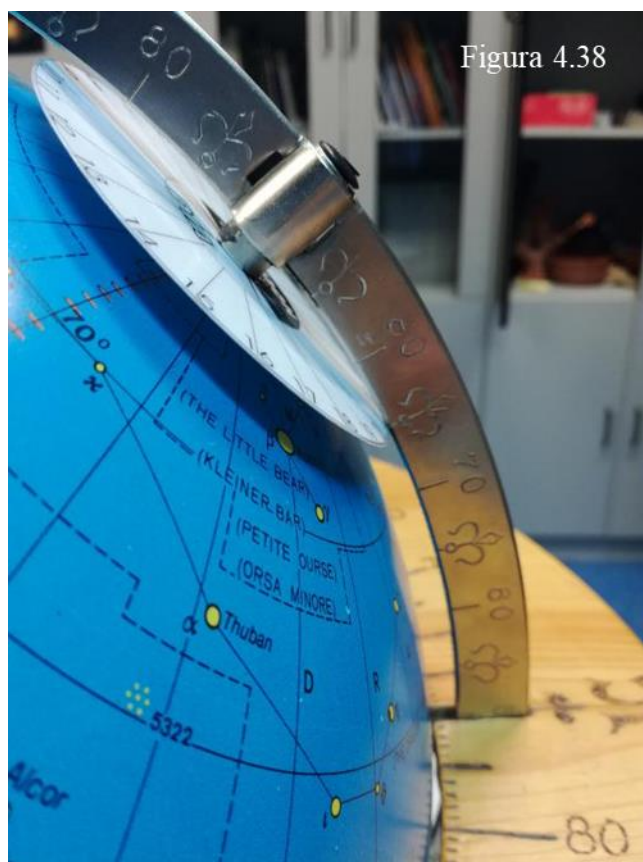


Figura 4.38

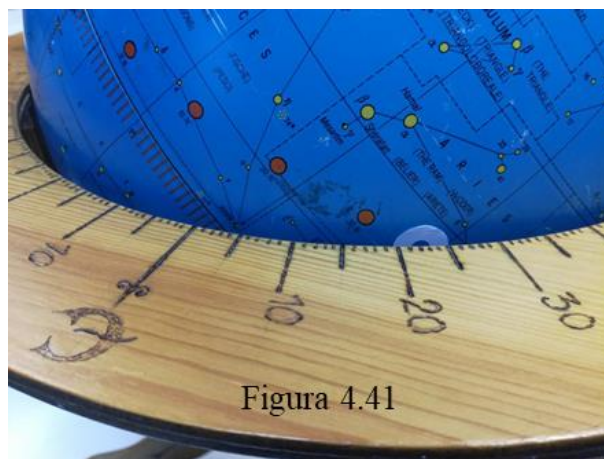
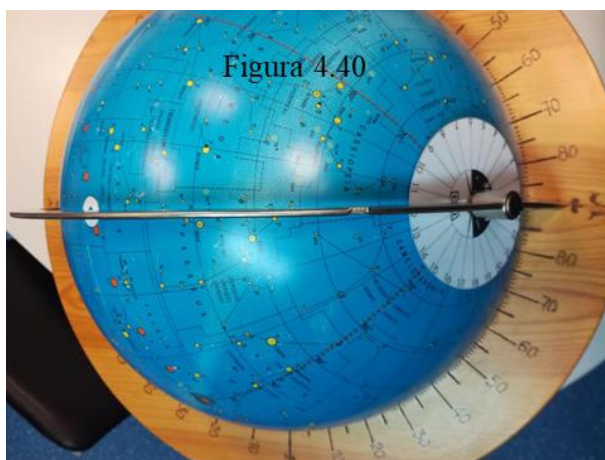
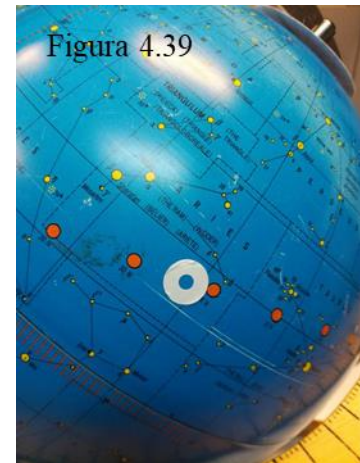
La observación de la esfera celeste depende de la latitud en la que nos encontremos. Por ello deberemos colocar el eje del mundo, que está orientado a la polar, sobre el horizonte norte con una inclinación igual a la latitud.

Si el meridiano lo hemos fabricado a partir de dos semimeridianos engarzados, hay que tener en cuenta que la graduación que presentan sitúa el polo norte a 90°. Para orientar la esfera en una latitud de 40°, por ejemplo, hay que situar la polar a 40° sobre el horizonte Norte. La graduación que leeremos en el meridiano desde el horizonte ha de ser, por tanto, de 50°.

APLICACIONES DIDÁCTICAS

Además del estudio de elementos visibles en una esfera celeste convencional (eje del mundo, meridianos y paralelos celestes, eclíptica, círculo horario, coordenadas, zodíaco), la esfera armilar nos permite determinar y calcular diversos parámetros. Entre ellos, los más importantes son:

1. **La posición del Sol en el cielo.** En la esfera tenemos señaladas las posiciones del Sol cada diez días (puntos rojos con fecha anotada debajo de ellos). Seleccionamos, con una pegatina (figura 4.39), la posición del Sol en la fecha que se quiera estudiar.



Con ella podemos predecir

a) Su altura al mediodía. Situamos el Sol bajo el meridiano. Leemos la altura que alcanza desde el horizonte. En ese momento serán las 12'00 horas en T.U. Giramos el círculo horario para que marque las 12'00 bajo el meridiano (figura 4.40).

b) Hora y acimut de salida. Giramos la esfera hasta que el Sol se sitúe saliendo por el Este. Leemos el acimut en el horizonte y la hora de salida en el círculo horario (figura 4.41).

c) Hora y acimut de puesta. Giramos la esfera hasta que el Sol se ponga por el Oeste. Leemos el acimut y la hora de puesta.

d) Duración del día.

2. Orto, culminación y puesta de las estrellas. Constelaciones circumpolares

3. El Sol en los cambios estacionales

4. El cielo en otras latitudes

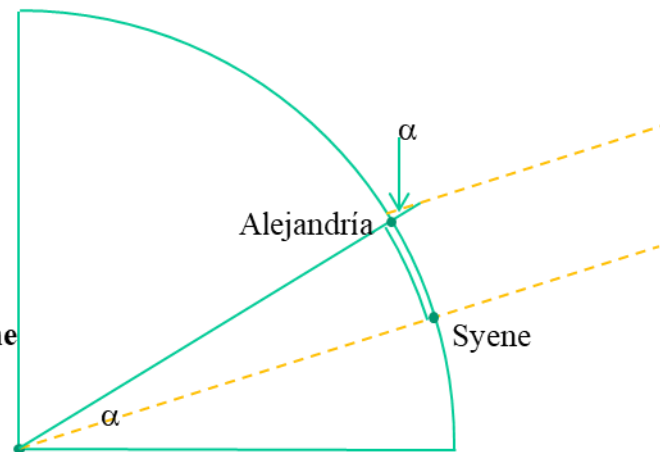
- a) En el Polo Norte. Circumpolaridad de todas las estrellas. El día perpetuo en el verano. La noche perpetua en el invierno.
- b) En el Ecuador. Todas las estrellas son estacionales. Describen círculos perpendiculares al horizonte. Estudio de las trayectorias del Sol.
- c) En los círculos polares. El Sol de medianoche.
- d) En los trópicos. El Sol cenital.

La medida del tamaño de la Tierra (por Eratóstenes)

Eratóstenes fue un astrónomo, matemático y geógrafo griego que vivió entre los años 275 y 195 a.C. Su contribución más importante y conocida fue la medición de la circunferencia terrestre, recogida en la obra de Cleomedes *Sobre los movimientos circulares de los cuerpos celestes*. Parte de los siguientes datos:



Eratóstenes y el tamaño de la Tierra



- En la ciudad de Syene (cerca de la actual Asuán, en el Alto Egipto) los rayos del sol inciden verticales el día del solsticio de verano.
- Ese mismo día, en Alejandría los rayos del sol forman con la vertical un ángulo de $1/50$ de circunferencia.
- Alejandría y Syene están en el mismo meridiano y su distancia es de 5.000 estadios.
- En consecuencia, la longitud de la circunferencia terrestre es de $50 \cdot 5.000 = 250.000$ estadios.

Son evidentes dos cuestiones:

- a) El método es impecable.
- b) Eratóstenes no podía confiar en la precisión de ninguna de las medidas utilizadas para hacer esa estimación. De hecho, Alejandría y Syene no están en el mismo meridiano, sino que distan 3° en longitud. La diferencia en latitud real es de $7^\circ 7'$, casi exactamente igual a la determinada por Eratóstenes ($1/50$ de $360^\circ = 7^\circ 12'$, es decir, un error de sólo $5'$ de arco).

Los dos primeros datos (los ángulos) serían determinados seguramente mediante el gnomon, mientras que para la distancia entre Alejandría y Syene, se fio de las estimaciones oficiales, realizadas por los *bematistas* o “contadores de pasos”.

Por otra parte, sigue existiendo gran controversia acerca de la medida del estadio utilizado por Eratóstenes. La asignación más frecuente es 1 estadio = 157,5 metros, con lo que resulta para la circunferencia terrestre una longitud de $250.000 \cdot 57,5 = 39.375$ Km, un resultado asombrosamente preciso.

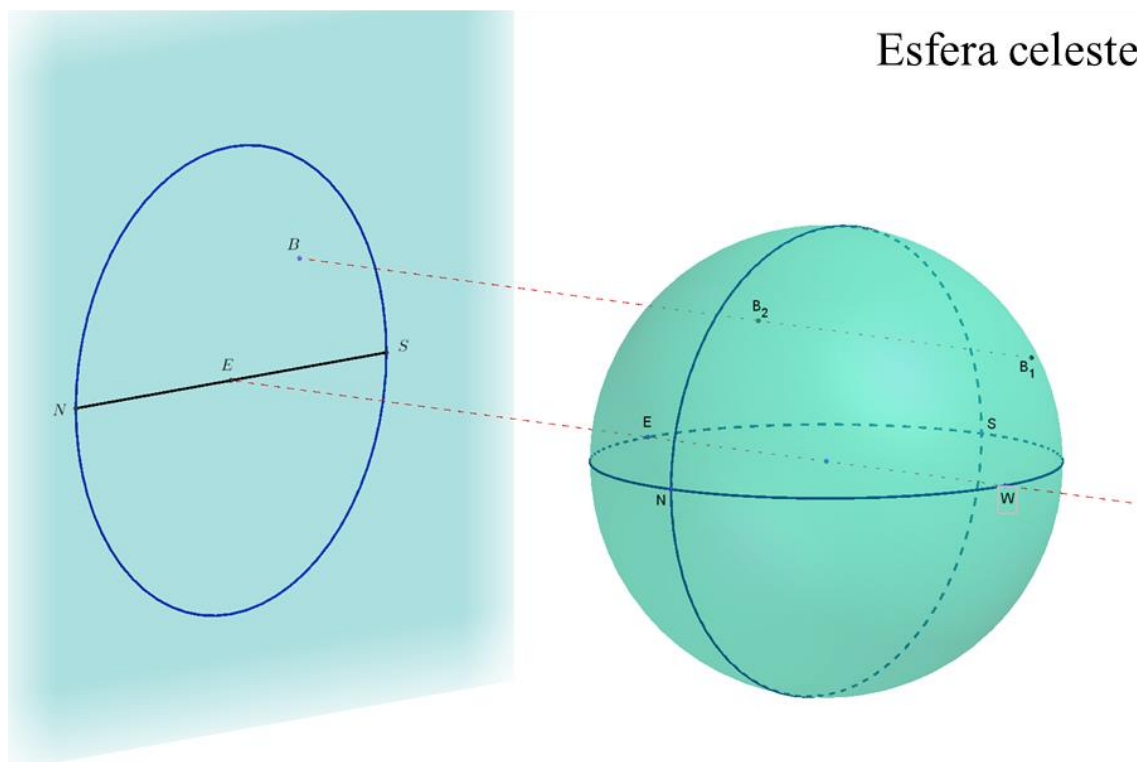
Este cálculo puede realizarse escolarmente mediante la medida simultánea de la altura del Sol en dos centros escolares situados en el mismo meridiano y lo más alejados posibles. La medición puede realizarse con un gnomon y la distancia entre ambas ciudades puede obtenerse de cualquier mapa.

Esfera celeste en sección

Proyección ortográfica

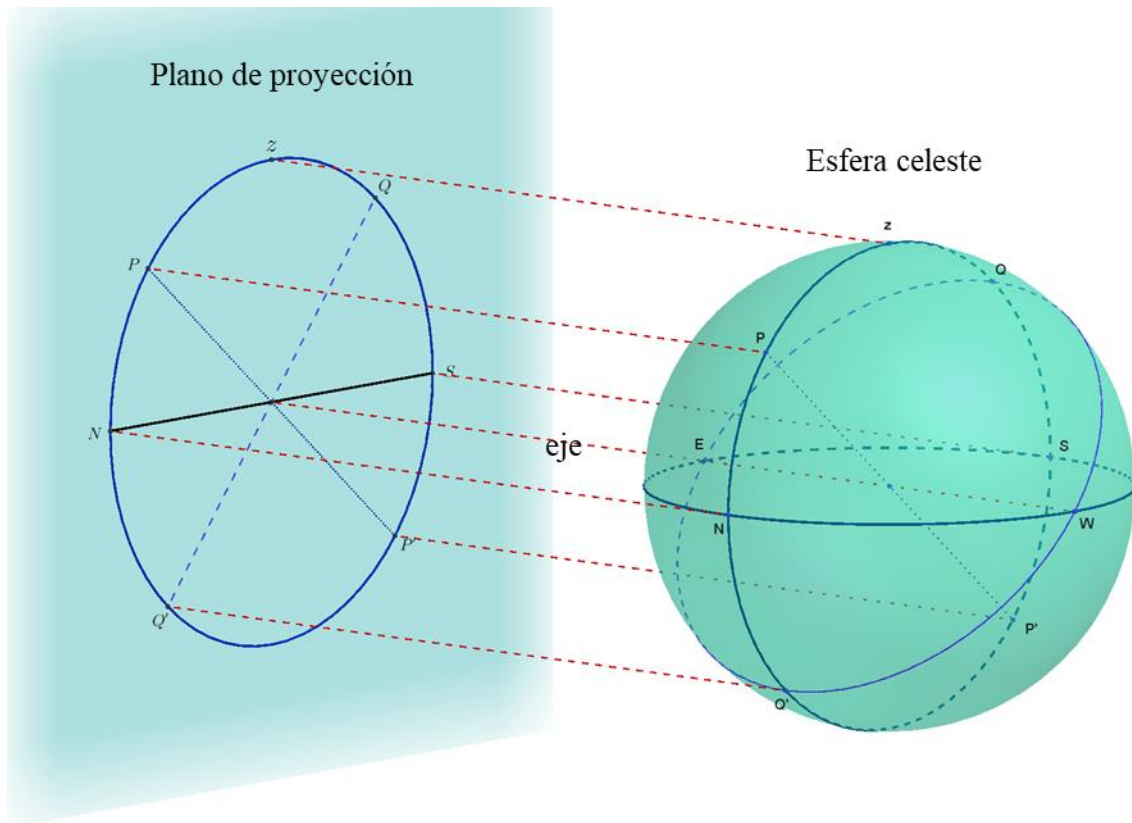
En ella todos los puntos de una esfera se proyectan según rectas paralelas a un eje sobre un plano perpendicular a dicho eje. Es como si mirásemos esa esfera desde un punto infinitamente alejado.

Plano de proyección



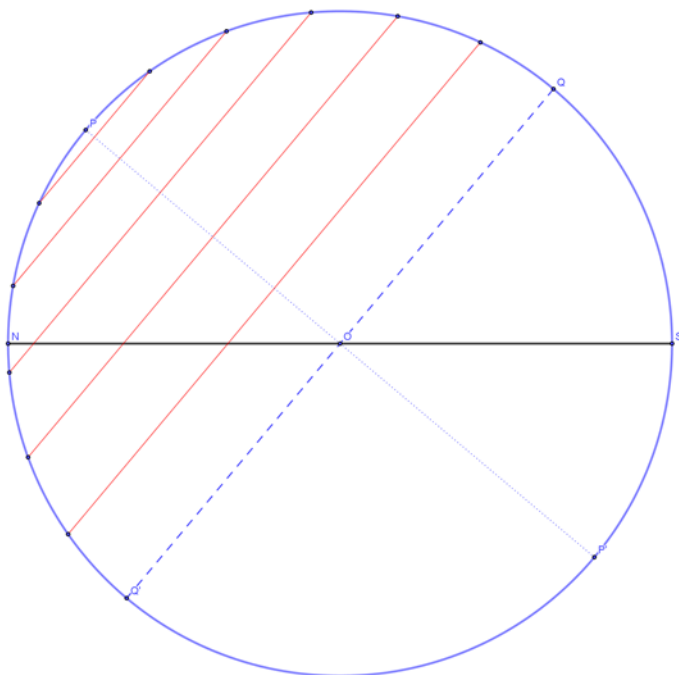
En nuestro caso el eje elegido es la recta que une los puntos cardinales Este (E) y Oeste (W); las proyecciones de ambos se superponen y, en realidad, cualquier punto en la proyección (como el B) representa a dos de la esfera celeste, uno (B_1) en la semiesfera delantera (Oeste) y otro (B_2) en la trasera (Este) puesto que cualquier recta paralela al eje corta a la esfera en dos puntos.

El meridiano (al estar en un plano perpendicular al eje) se convierte en la circunferencia límite de la proyección $NPZQSP'Q'$ y el horizonte, al ser un plano que contiene al eje, se transforma en el segmento central NS .



Por la misma razón, el ecuador pasa a verse como el segmento QQ' y el eje del mundo se proyectará en el segmento PP' , perpendicular al ecuador.

Los paralelos se transforman en segmentos paralelos al ecuador QQ' , pero su separación va siendo cada vez menor a medida que nos acercamos al polo. En esta figura están representados los paralelos de 15 en 15 grados de declinación.



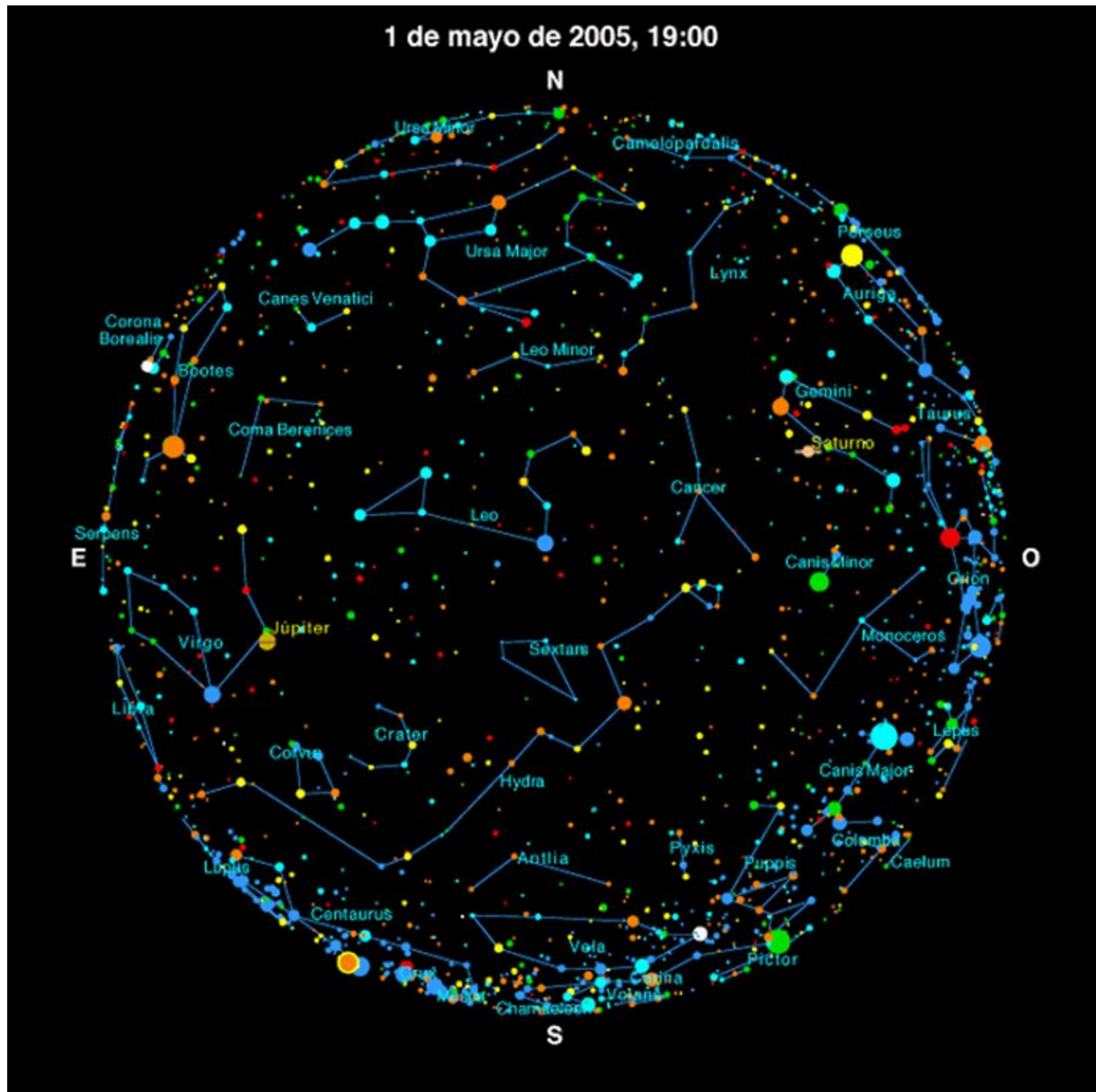
Los meridianos, en cambio, se convierten en elipses de eje mayor PP' .

En esta proyección ortográfica de la esfera terrestre se aprecia que los meridianos también se aglomeran hacia los bordes. Tanto estos como los paralelos están dibujados de 15 en 15 grados. En el centro del mapa sí que se ven cuadrados, pero a medida que nos alejamos hacia cualquier borde ambos tipos de líneas tienden a aglomerarse y las tierras representadas se amontonan en muy poca superficie.



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fe/Orthographic_projection_SW.jpg

Lo mismo pasa en este mapa celeste en el que se ha utilizado una proyección ortográfica; en la parte central las constelaciones (como Leo) aparecen tal cual las vemos en el cielo pero hacia los bordes del mapa las estrellas se superponen densamente y las figuras están muy distorsionadas (como la de Orión, a la derecha).



<https://docplayer.com.br/docs-images/66/55052401/images/18-0.jpg>

Ejercicio 4.1

Declinación	-20°	10°	35°	53°
Acimut-Orto	117°	77°	41°	
Máxima altura	30°	60°	85°	
Acimut Ocaso	243°	283°	319°	
Culminación inferior				3°
Culminación superior				77°
Horas por encima del horizonte	9 h 30 m	13 h 10 m	16 h 50 m	24 h

Ejercicio 4.2

- a) $\delta = 50^\circ$
- b) $\delta = 40^\circ$
- c) $\delta = -50^\circ$

Ejercicio 4.3

- a) Fomalhaut está justo en el límite, por lo que no se verá nunca desde San Petersburgo. Allí no pueden observar a ninguna estrella con δ menor (más negativa) que -30° . Nosotros sí que podemos ver, aunque muy poco, las estrellas entre $\delta = -30^\circ$ y $\delta = -50^\circ$, así que vemos más estrellas aquí.
- d) El límite está en $\delta = 30^\circ$. En San Petersburgo, como compensación, hay más estrellas siempre visibles.

Ejercicio 4.4

- a) $\delta = -35^\circ$
- b) 45° (desde el punto cardinal N)
- c) Sí que es siempre visible; cruza el meridiano en dos momentos, la culminación inferior a solo 6° de altura y la superior a 64° , ambos medidos desde el S.