



7

Relojes de Sol

- 7.1 Partes de un reloj de Sol
- 7.2 Base Teórica
- 7.3 Ecuatorial Plano
- 7.4 Ecuatorial anular
- 7.5 Horizontal
- 7.6 Vertical orientado
- 7.7 Longitud geográfica y hora solar
- 7.8 Hora solar y hora oficial
- 7.9 Ecuación de tiempo

Figura 7.1. Reloj de Sol exterior y trabajo escolar. Aula de Astronomía de Fuenlabrada



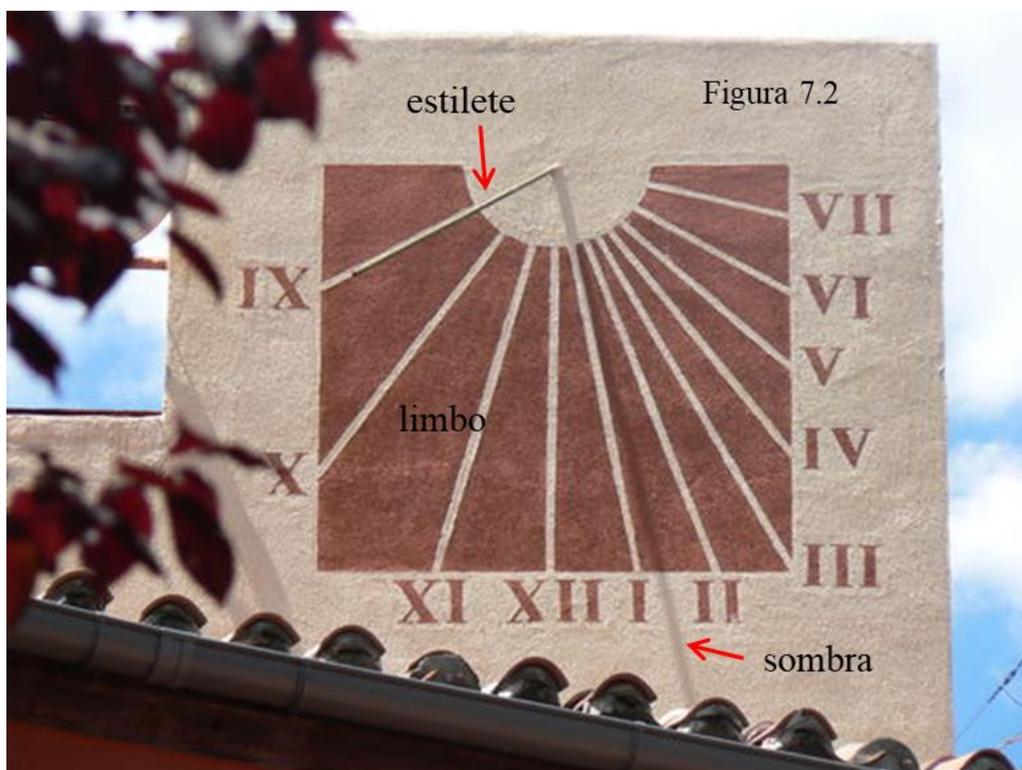
No es muy difícil medir longitudes: una barra con dos marcas en los extremos puede servirnos como unidad. La podemos transportar y hacer copias idénticas para que otros la utilicen igual que nosotros. Pero ¿cómo medir el tiempo, esa magnitud tan intangible, que siempre transcurre hacia delante, y sin embargo tan familiar? ¿Cómo construir una unidad de tiempo? Los fenómenos astronómicos, que marcan nuestro ritmo vital, fueron los primeros relojes en todas las culturas: el día se dividía en varias partes según el curso del Sol y, por la noche, la circulación de las estrellas, su salida o su puesta, señalaban el momento propicio para hacer el relevo de la guardia, para retirarse a descansar o para comenzar a preparar las faenas de una nueva jornada de duro trabajo. Los relojes de Sol fueron los primeros instrumentos astronómicos y, por su necesidad y su belleza, alcanzaron una gran difusión: en muchas torres y campanarios había uno y las ciudades rivalizaban por poseer el más preciso y el más llamativo. En ellos se reúnen la Ciencia, el Arte y la Tecnología, los conocimientos cosmográficos acumulados a lo largo de los siglos de atenta observación del cielo, la imaginación y la creatividad inagotables del espíritu humano para diseñar, dibujar y decorar y la habilidad para utilizar y modelar diferentes materiales.

Este tema tiene un enfoque algo diferente. Se expone de entrada el principio básico, el fundamento teórico de cualquier reloj solar para pasar después a las instrucciones de construcción de los más sencillos: ecuatorial, horizontal y vertical orientado. El cuerpo del tema está constituido así por actividades de “taller”, lo que en otros temas hemos llamado “trabajos escolares”. En todo caso las instrucciones para el correcto diseño no son simplemente expuestas, como recetas de cocina, sino que se justifican todos los pasos a dar.

El listado de posibles diseños de relojes de Sol es ilimitado y la creatividad de los diseñadores alcanza cotas asombrosas. Con lo expuesto aquí solo nos asomaremos para echar un rápido vistazo a este universo paralelo, complejo, inagotable y a menudo sorprendente.

7.1 PARTES DE UN RELOJ DE SOL

Todos los relojes de Sol, como el de la figura 7.2, situado en la calle Miguel Servet de Madrid, constan de dos piezas: una barra (el **estilete** o **gnomon**) convenientemente orientada y una superficie (el **limbo** o cuadrante) donde se proyecta la sombra del estilete y donde deben estar marcadas las líneas horarias (a menudo aparecen otras líneas más complicadas).

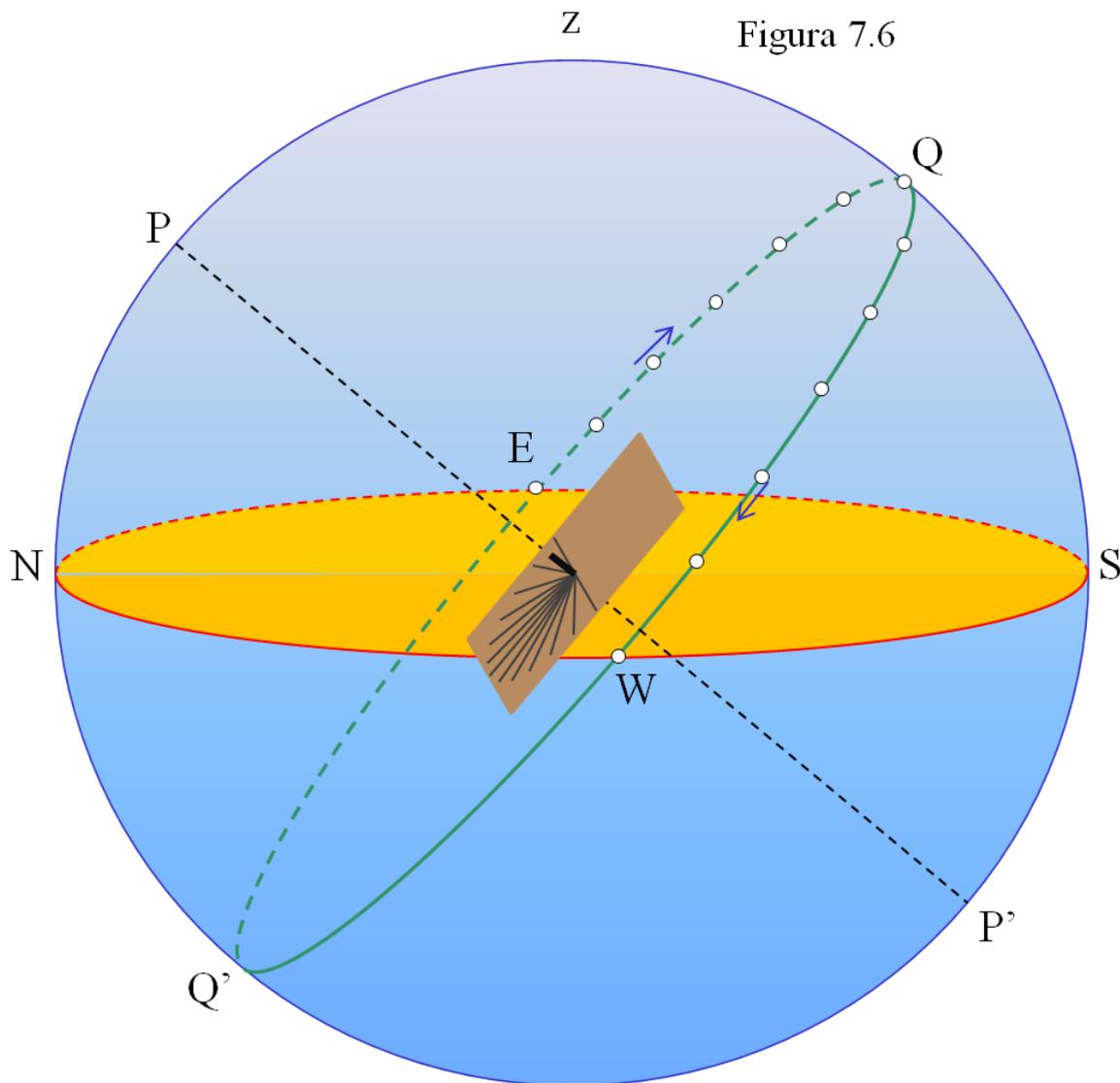


El limbo puede diseñarse de muchas maneras. Puede ser una superficie plana horizontal (figura 7.3 instalado en Otos, Alicante) vertical (figura 7.2) o inclinada de diferentes modos y con distintas orientaciones (hacia el sur, hacia el este). También puede ser una superficie curva (figura 7.4 realizado en el Parque de las Ciencias de Granada), como un cilindro (figura 7.5 que se puede ver en el Aula de Astronomía de Durango, Vizcaya) o una esfera. Los diferentes tipos de relojes de Sol dependen sobre todo de la elección que se haga del limbo.



7.2 BASE TEÓRICA

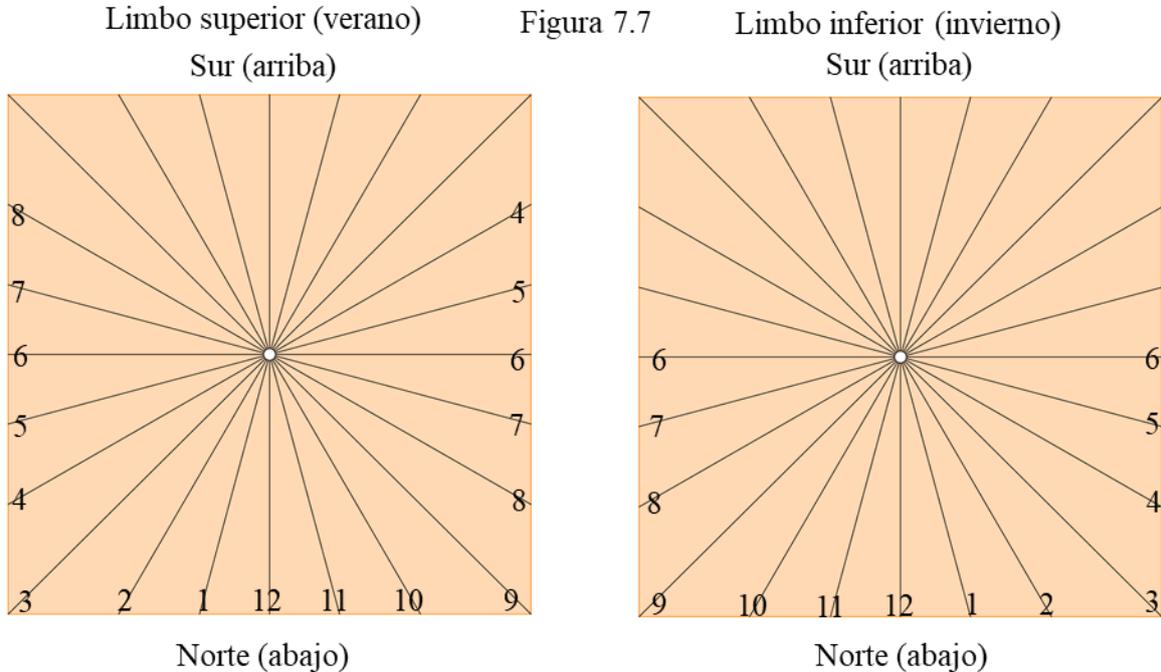
Desde la Tierra vemos cómo el Sol, desde que sale hasta que se pone, describe un paralelo celeste por el que avanza con regularidad, como todos los astros situados en la esfera celeste. Da una vuelta completa (360°) en un día (24 horas), así que cada hora recorre 15° girando, al igual que toda la esfera celeste, de Este a Oeste alrededor del eje del mundo. Si se coloca una barra **paralela al eje de la Tierra** y un plano perpendicular a ella (y por tanto paralelo al ecuador QQ'), las sombras producidas por la barra avanzarán sobre el plano con la misma regularidad que el Sol: cada hora la sombra se desplazará 15° (figura 7.6)



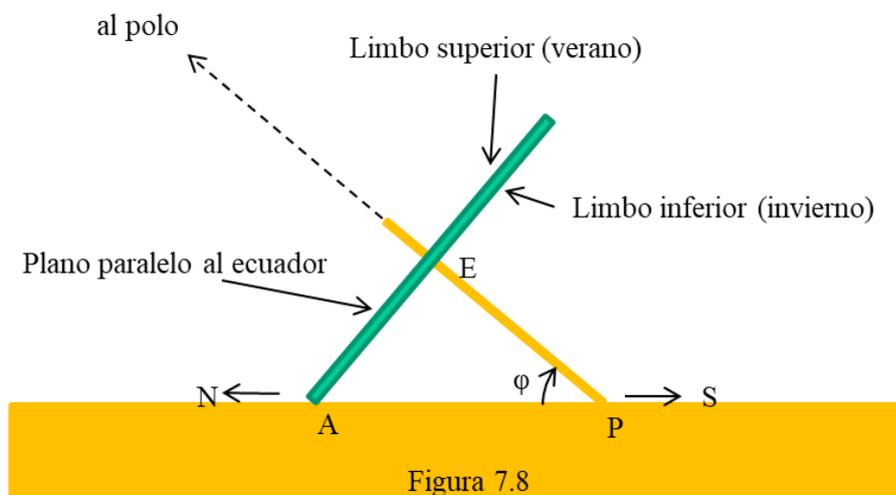
Éste es el **fundamento** de todos los relojes de Sol y, en particular, del más sencillo: el ecuatorial. El principio básico es que el gnomon quede paralelo al eje del mundo o, dicho de otra manera, que apunte al polo norte celeste: tiene que estar orientado hacia el Norte y debe estar levantado con respecto al horizonte un cierto ángulo, justo el correspondiente a la latitud φ del lugar en el que estemos.

7.3 ECUATORIAL PLANO

Sobre una plancha cuadrada de unos 20x20 cm de madera fina, cartón-pluma u otro material similar, señala el centro, traza líneas de 15° en 15° en las dos caras del tablero y gradúalas como se indica en la figura 7.7



Haz un taladro en el centro y atraviesa el tablero con una varilla de madera fina (una espiga). La varilla tiene que quedar perpendicular al tablero y sólidamente sujeta. Además, debe sobresalir lo justo para que al apoyarlo todo en el suelo, como puedes ver en la figura 7.8, la varilla tenga una inclinación igual a la latitud φ de tu localidad y así el tablero de los limbos quede paralelo al ecuador. Esto se puede conseguir dibujando un triángulo rectángulo APE, recto en E, con el ángulo $P = \varphi$ y con el lado AE igual a la mitad de la longitud del lado del limbo; luego se mide en el dibujo el lado PE. O bien, utilizando trigonometría: $PE = AE / \operatorname{tg} \varphi$.



Si estamos en un lugar de $\varphi = 40^\circ$ y el tablero de los limbos mide 20x20 cm, entonces la distancia $AE = 10$ cm y PE debe medir 11,9 cm exactamente para que la inclinación sea la correcta. La espiga que constituye el estilete debe sobresalir unos 5 cm por encima del tablero (esta longitud no necesita precisión); así que en total podría medir 17 cm.

Por último, orienta el reloj de manera que la varilla apunte hacia el Norte. En primavera y verano al estar el Sol por encima del ecuador sus rayos darán sobre el limbo superior, mientras que en otoño e invierno, con declinación sur, lo harán en el inferior.

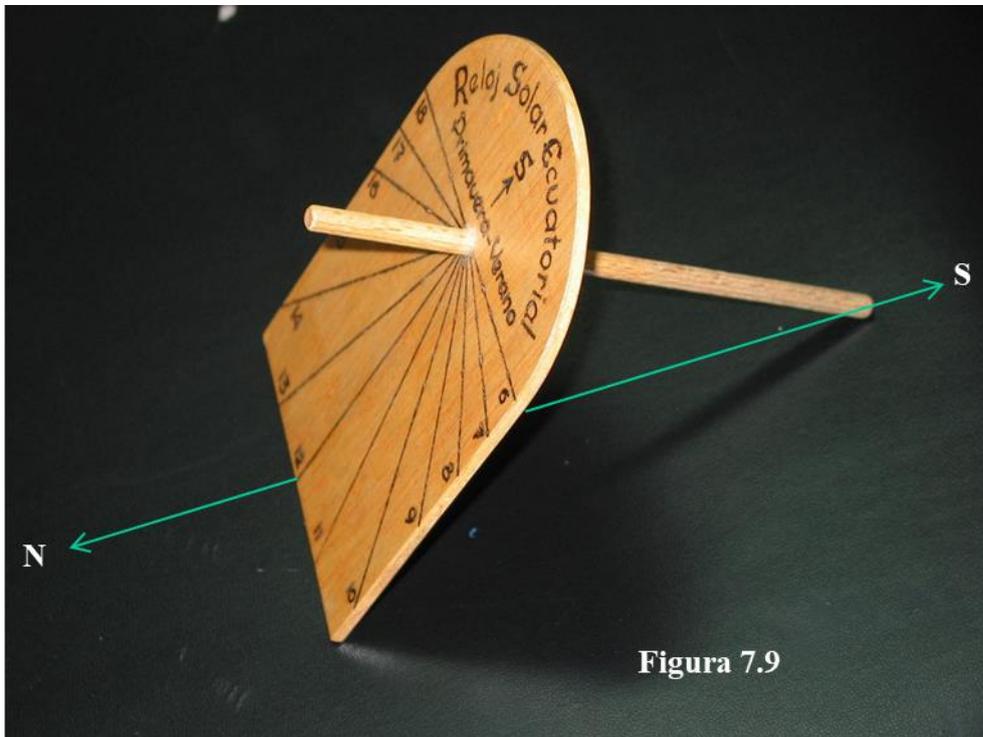


Figura 7.9

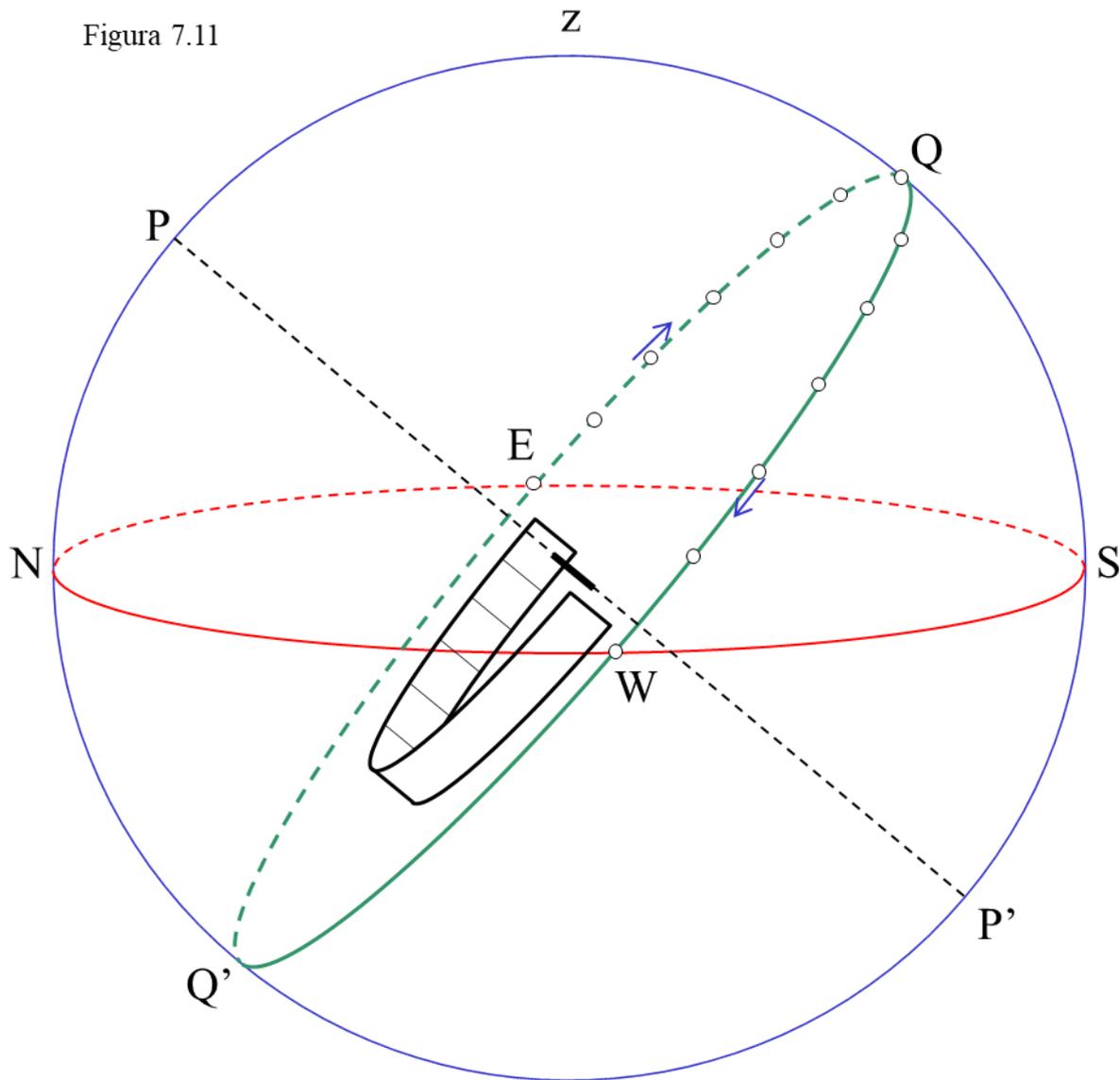


Figura 7.10

<http://aprender-ensenyar-matematicas.blogspot.com>

7.4 ECUATORIAL ANULAR

Si en lugar de un plano paralelo al ecuador proyectamos las sombras del estilete sobre un anillo semicircular colocado como se muestra en la figura 7.11, entonces aquéllas también avanzarán sobre él de forma regular, 15° cada hora.



El problema, como siempre, es conseguir situar y orientar debidamente los elementos. Y la clave, de nuevo, es la posición del ecuador y del eje de rotación relativa al horizonte, es decir, la latitud del lugar en el que vayamos a situar ese reloj de Sol.

Te proponemos construir uno de este tipo utilizando materiales sencillos. Aquí puedes ver el diseño global de este artefacto.

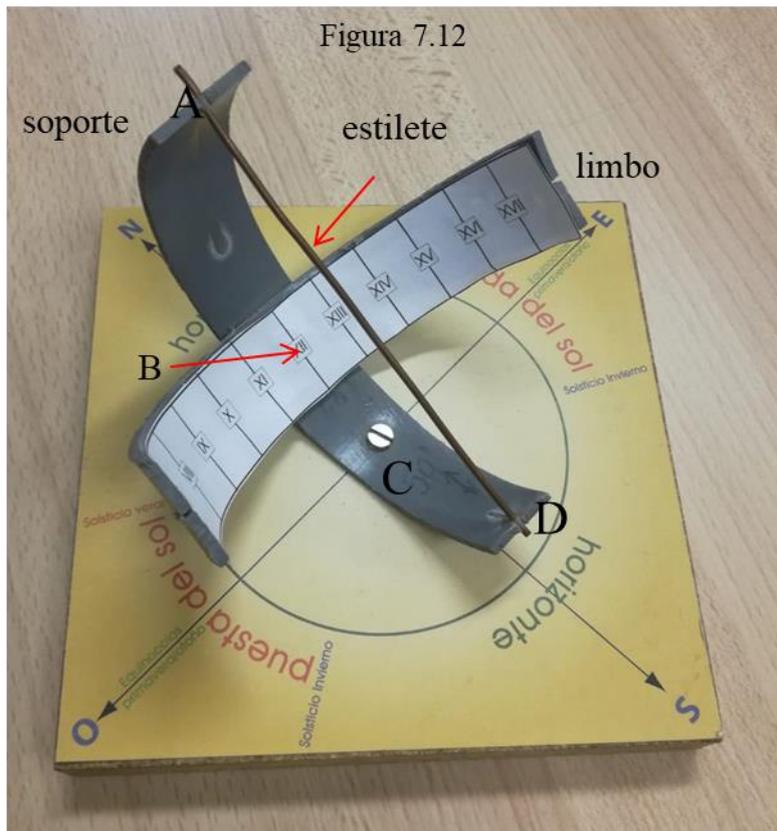


Figura 7.12

Intenta conseguir en una fontanería un resto de tubo de PVC (el que se utiliza para las tuberías) que tenga entre 10 y 15 cm de diámetro. Corta un anillo de 2 cm de grosor y divídelo en dos (cada uno de ellos semicircular). Una mitad va a ser el limbo y la otra el soporte (figura 7.12).

Divide el limbo en doce partes iguales, de 15 en 15 grados (figura 7.13) señalando las marcas correspondientes, que van a ser las líneas horarias: las de la mañana a la izquierda; las 12 del mediodía, en el centro (punto B); y las de la tarde, a la derecha.

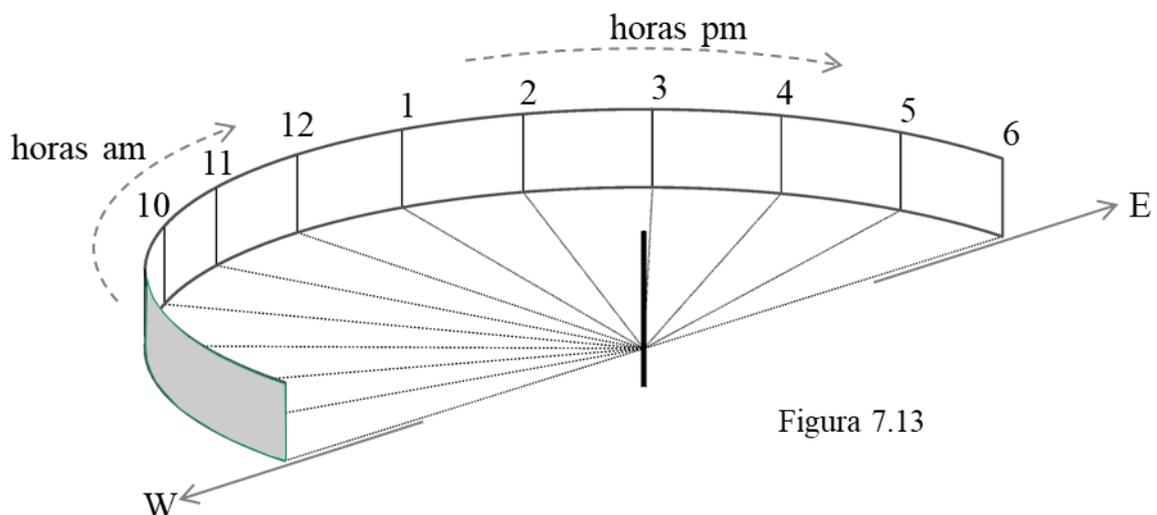


Figura 7.13

Puede ser mucho más cómodo preparar una tira de papel con las medidas adecuadas para que se ajuste a la cara interna del anillo semicircular que hace de limbo del reloj. Haz marcas verticales igualmente espaciadas y señala las horas. Luego pega esa tira en la pieza de PVC.

Figura 7.14



Si el anillo de PVC tiene 15 cm de diámetro (radio $r = 7,5$ cm) entonces (para que se acople a una semicircunferencia) esa tira de papel debería medir $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot 7,5 = 23,6$ cm de largo.

En el otro semianillo, el soporte de extremos A y D, hay que marcar los puntos B y C a las distancias angulares que aparecen en la figura 7.15.

B es el punto de unión del limbo y el soporte que deben quedar perpendiculares. Se pueden pegar o enlazar con un tornillo y una tuerca. C será el punto de sujeción (con un tornillo es lo más fácil) sobre una base horizontal que podría ser de madera aglomerada gruesa.

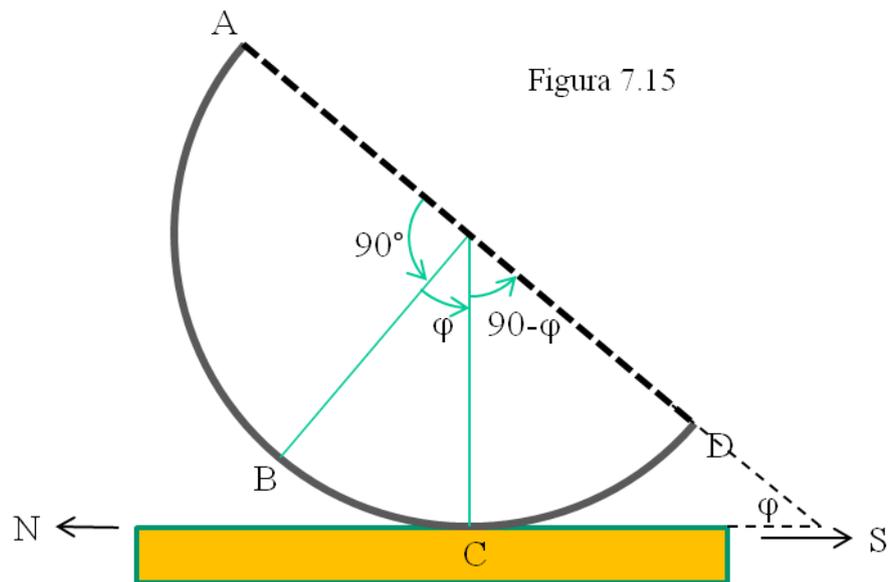


Figura 7.15

Entre los extremos A y D hay que colocar un hilo, cable o varilla que va a ser nuestro gnomon. Con los ángulos indicados quedará con la inclinación adecuada a nuestra latitud.

Sólo resta colocar el reloj bien orientado en la dirección Norte-Sur.

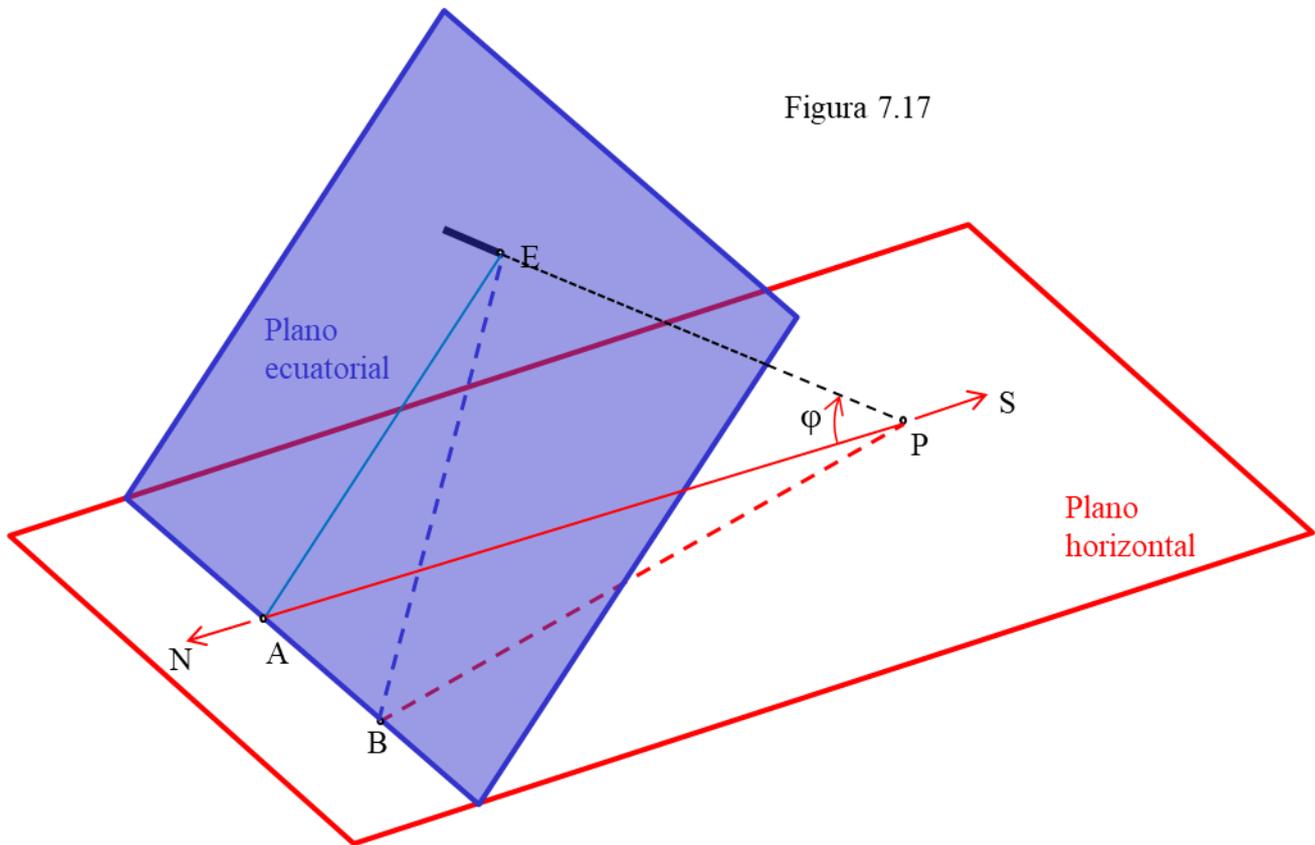


Figura 7.16 Ecuatorial anular en Chicago

Titulado *Man Enters The Cosmos*, su autor es el artista Henry Moore, 1980.

7.5. HORIZONTAL

Otros muy frecuentes son los horizontales, con las líneas horarias dibujadas en un plano horizontal. Su trazado no es ahora tan inmediato como en los ecuatoriales. Veamos cómo se pasa de uno a otro.



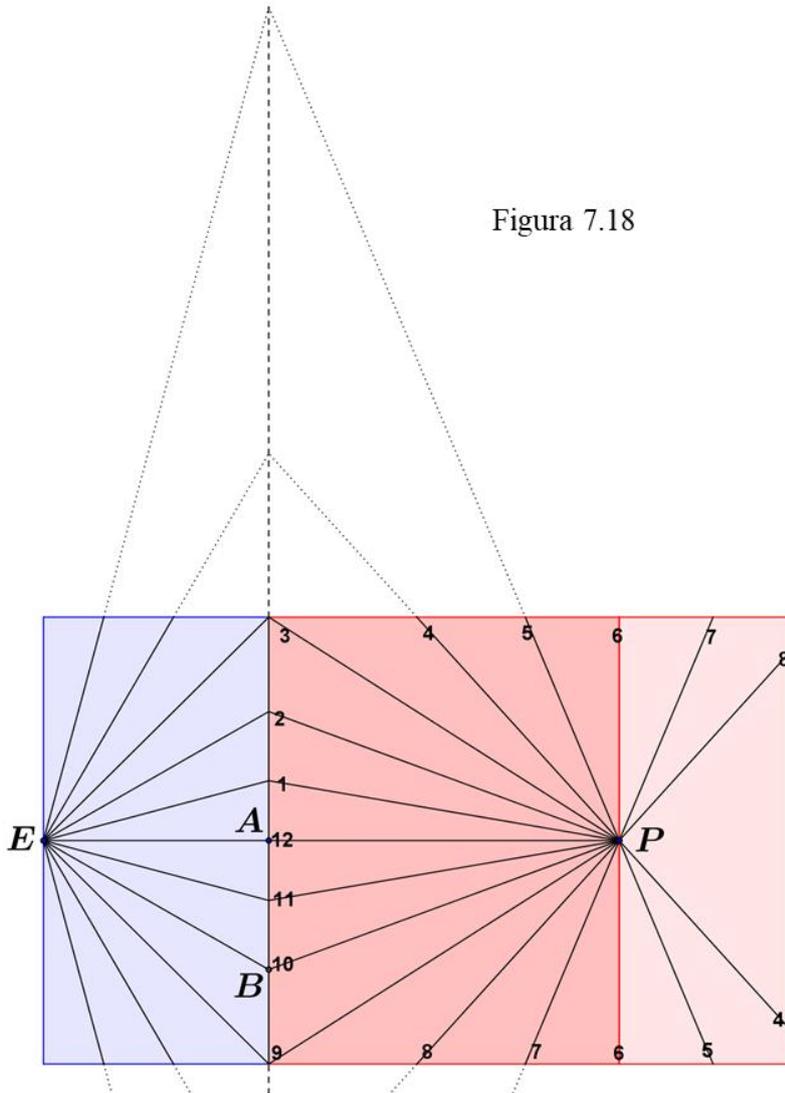
En la figura 7.17 están representados el plano horizontal y el ecuatorial. La línea AP es la meridiana norte-sur, PE apunta hacia el polo norte celeste (para que nos sirva de estilete) y en el limbo ecuatorial hay señaladas dos líneas horarias: EA es la del mediodía y EB es otra cualquiera (digamos la de las 10 de la mañana).

El triángulo AEP es rectángulo en E puesto que el plano ecuatorial es perpendicular al gnomon PE. Y el ángulo APE tiene que ser ϕ (nuestra latitud) para que PE esté correctamente orientado. A medida que el Sol avanza por su paralelo el estilete PE proyectará su sombra a lo largo de un plano; al mediodía ese plano será el EAP; a las 10 de la mañana a lo largo del EBP; pero siempre será el plano que determinan un punto (el Sol) y una recta (el estilete EP); a medida que avanza el Sol ese plano irá girando alrededor de EP, como una puerta sobre sus goznes. La intersección de ese plano con el limbo será la línea horaria del momento. Por eso todas las del reloj horizontal tienen que partir de P de la misma forma que las del ecuatorial lo hacen desde E. Así, para dibujar la línea de las 10 de la mañana en el limbo horizontal no hay más que unir el punto B (que señala esa hora en el ecuatorial) con P.

Trazado geométrico

Si abatimos el plano ecuatorial, girándolo alrededor de la “bisagra” AB hasta que quede horizontal (figura 7.18), tendremos una forma relativamente fácil de construir las líneas horarias que estamos buscando.

Figura 7.18



Para que todo resulte correcto es crucial mantener las proporciones entre las longitudes EA y AP que se desprenden de la figura 7.17. Para hacerlo la clave es que el triángulo EAP (ampliado en la figura 7.19), como ya se dijo, es rectángulo en E y el ángulo $P = \varphi$.

plano (figura 7.8) podemos:

Al igual que en el ecuatorial

- Dibujar ese triángulo a la escala que nos convenga y medir en el dibujo las longitudes de AE y de EP.
- Utilizar trigonometría elemental. Si elegimos arbitrariamente la longitud AP de nuestro reloj horizontal, entonces $AE = AP \cdot \text{sen } \varphi$.

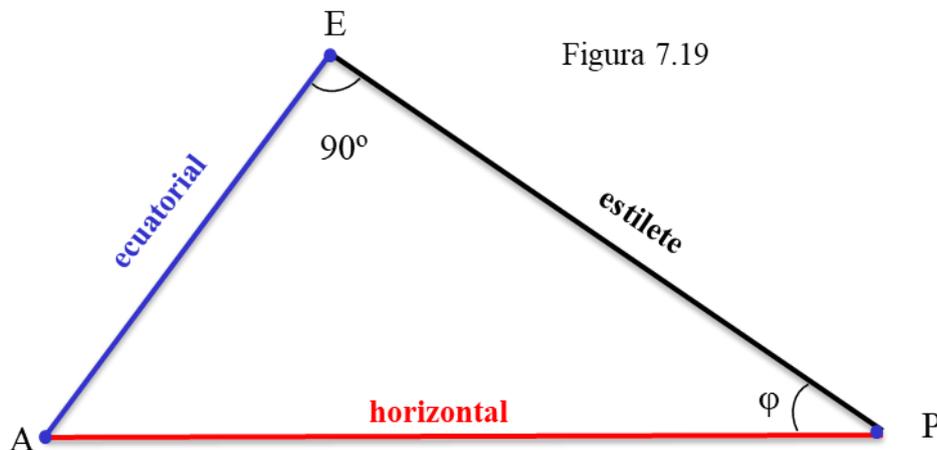


Figura 7.19

Una vez que tengamos AE y AP bien determinadas volvamos a la figura 7.18 y veamos el procedimiento a seguir

1. Dibujar el rectángulo azul de la izquierda (el limbo ecuatorial) con AE de base y el doble de altura (son dos cuadrados unidos por el segmento AE).
2. Trazar en él las líneas horarias de 15 en 15 grados.
3. Dibujar el rectángulo rojo oscuro de la derecha, de base AP y con la misma altura que el limbo ecuatorial.
4. Prolongar la línea vertical AB y las líneas horarias del ecuatorial hasta que lleguen a AB. Es más cómodo hacerlo solo hacia arriba (horas de la tarde) y señalar por simetría las de la mañana.
5. Trazar las líneas horarias del reloj horizontal.
6. Es conveniente ampliar un poco hacia la derecha el limbo horizontal (en color rojo claro) y marcar algunas líneas horarias más (4 y 5 de la mañana y 7 y 8 de la tarde) sin más que prolongar las horas ya trazadas.

Trazado analítico

Este trazado geométrico de las líneas horarias es poco práctico salvo que el limbo sea de dimensiones muy pequeñas. En general es más cómodo hacer algunas cuentas utilizando trigonometría.

En el reloj horizontal las líneas horarias no tienen una separación regular de 15° como en el ecuatorial en el que la línea de la 1 está a 15° de la del mediodía, la de las 2 a 30°, la de las 3 a 45°, etc. Podemos calcular, para el horizontal, el ángulo α que forma una línea horaria cualquiera con la de las 12 (AP); por ejemplo, como se ve en la figura 7.20, la línea horaria de las 2 de la tarde se separa un ángulo α de la de las 12. ¿Cómo hallar ese ángulo α ?

Pues mediante esta fórmula: $\alpha = \text{arc tg} (\text{sen } \varphi \cdot \text{tg } \beta)$

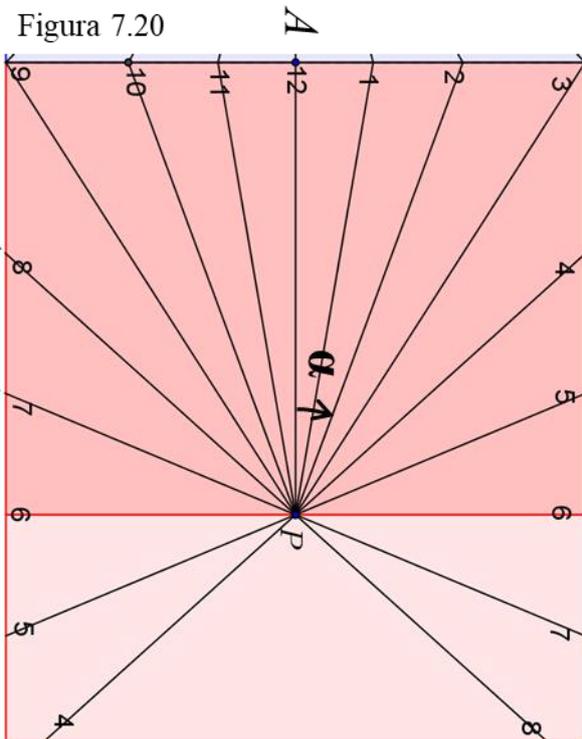
En la que φ es la latitud y β es el ángulo que esa línea formaría en el ecuatorial (30° para las 2 de la tarde). Pincha **aquí** para ver la justificación (ampliación)

Las líneas de la mañana son simétricas y su separación angular con respecto al mediodía es la misma; la de las 11 formará el mismo ángulo que la de la 1, la de las 10 el mismo que la de las 2, etc.

Para una latitud $\varphi = 40^\circ$ resultan estos ángulos:

Hora	12	1	2	3	4	5	6
β	0	15	30	45	60	75	90
α	0	9,8	20,4	32,7	48,1	67,4	90

Figura 7.20



Ya solo queda construir el gnomon. Lo más fácil es hacerlo mediante una plancha triangular colocada vertical sobre la línea del mediodía, como se muestra en la figura 7.21. El borde PE de esa plancha hará el papel de estilete y tiene que formar un ángulo de φ° con la horizontal. Se orienta como siempre con la línea AP en dirección Norte-Sur.

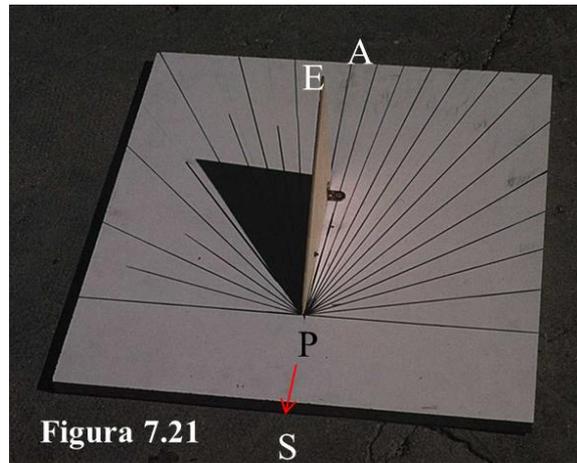


Figura 7.21

El reloj de la figura 7.21 fue construido por los alumnos de 2º de BUP del Instituto de Orcasitas (curso 90-91); están dibujadas las líneas de horas y de medias horas (las de la mañana, izquierda, más cortas); la línea PA sería la de las 12 del mediodía y abarca de 6 de la mañana a 6 de la tarde; está señalando las 8:40. El cuadrante se dibujó sobre un tablero de aglomerado y el estilete es un triángulo rectángulo de contrachapado.

Aunque hay soluciones mucho más elegantes.

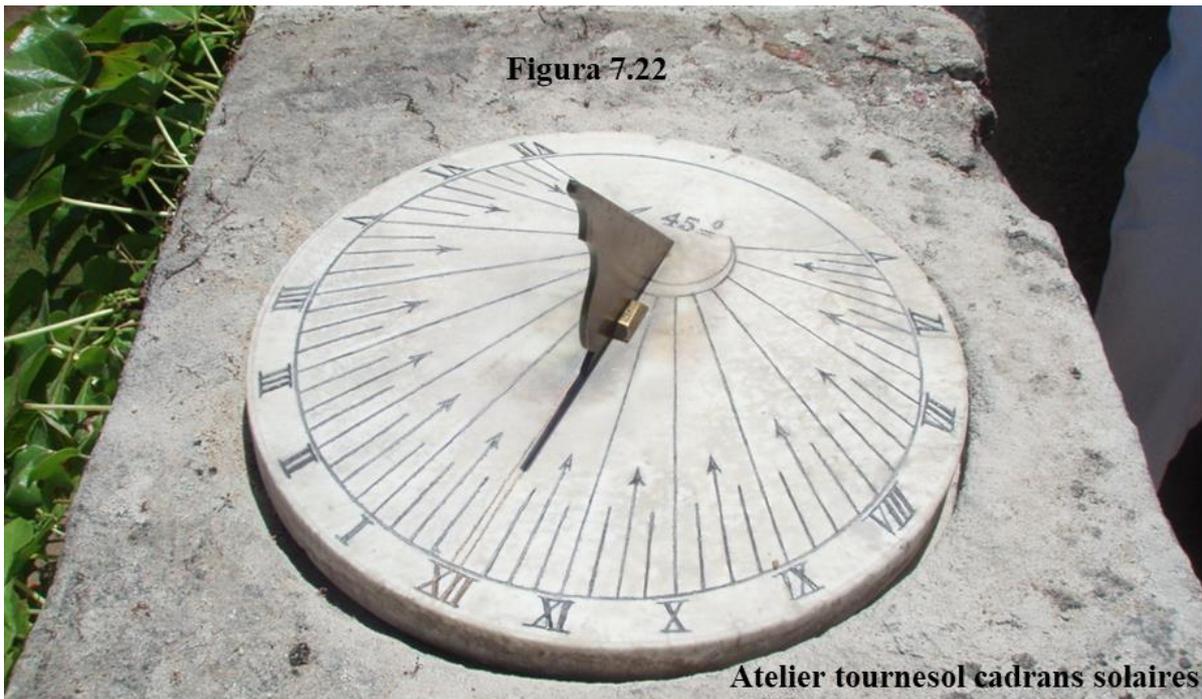


Figura 7.22

Atelier tournesol cadrans solaires

7.6 VERTICAL ORIENTADO

Quizá los más frecuentes son los relojes de Sol verticales, dibujados en una pared. Sólo en el caso de que la pared encare exactamente hacia el Sur tienen un diseño relativamente fácil, similar al horizontal que acabamos de ver.

La figura 7.23 incorpora el plano vertical (en verde); el gnomon es el segmento VP, con su inclinación y orientación habitual. EA es la línea horaria del mediodía en el limbo ecuatorial, VA la misma en el limbo vertical y las de las 10 de la mañana son EB en el ecuatorial y VB en el limbo vertical; ahora todas ellas tendrán como vértice común el punto V.

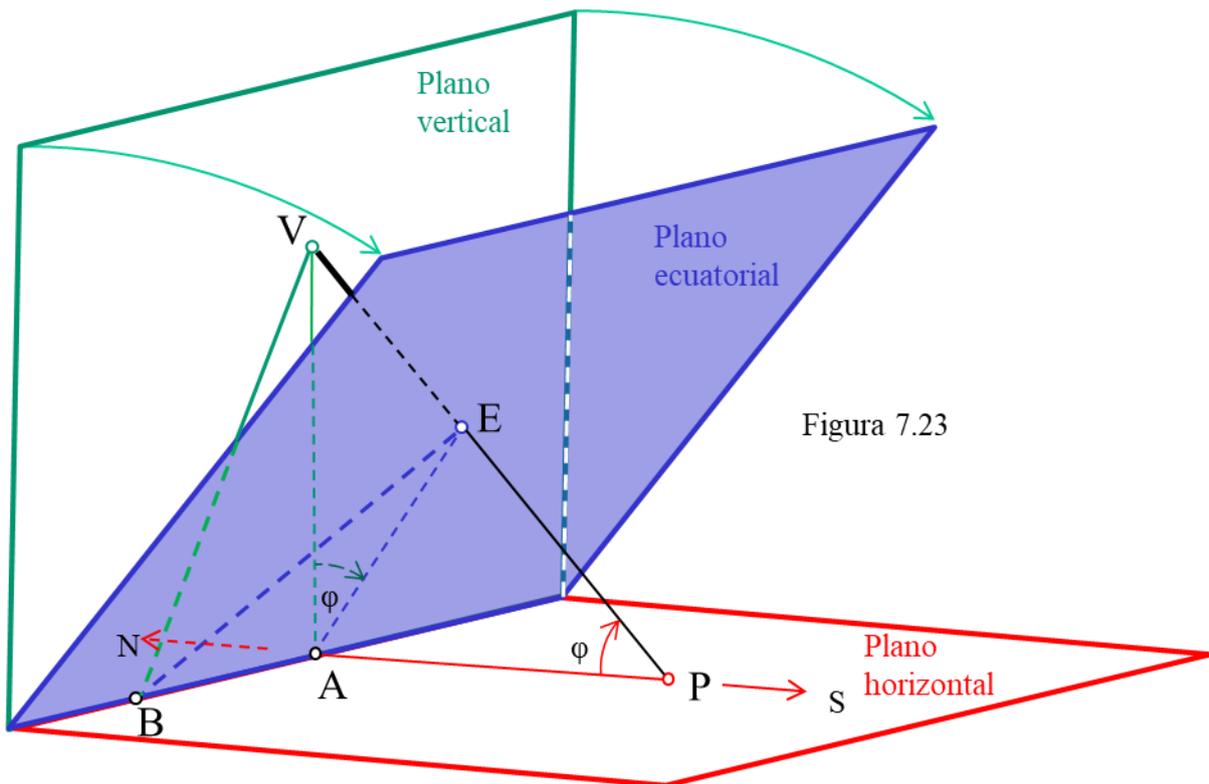


Figura 7.23

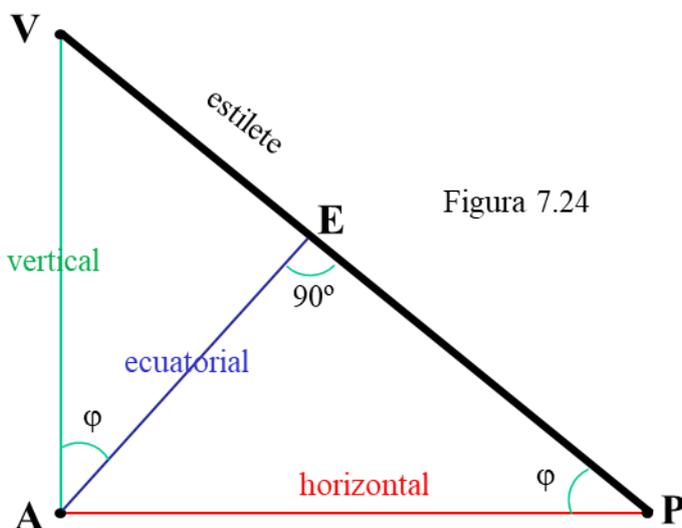


Figura 7.24

En este caso hay que fijarse (figura 7.24) en el triángulo VEA rectángulo en E y con el ángulo $A = \varphi$. Las distancias VA y AE pueden obtenerse dibujando dicho triángulo a escala o por trigonometría. Ahora $AE = VA \cdot \cos \varphi$.

El trazado de las líneas horarias (figura 7.25) se consigue de forma similar al horizontal, abatiendo de nuevo el ecuatorial girándolo alrededor de la línea que une ambos limbos, la AB.

En este caso en el vertical las líneas de la mañana quedan a la izquierda y las de la tarde a la derecha.

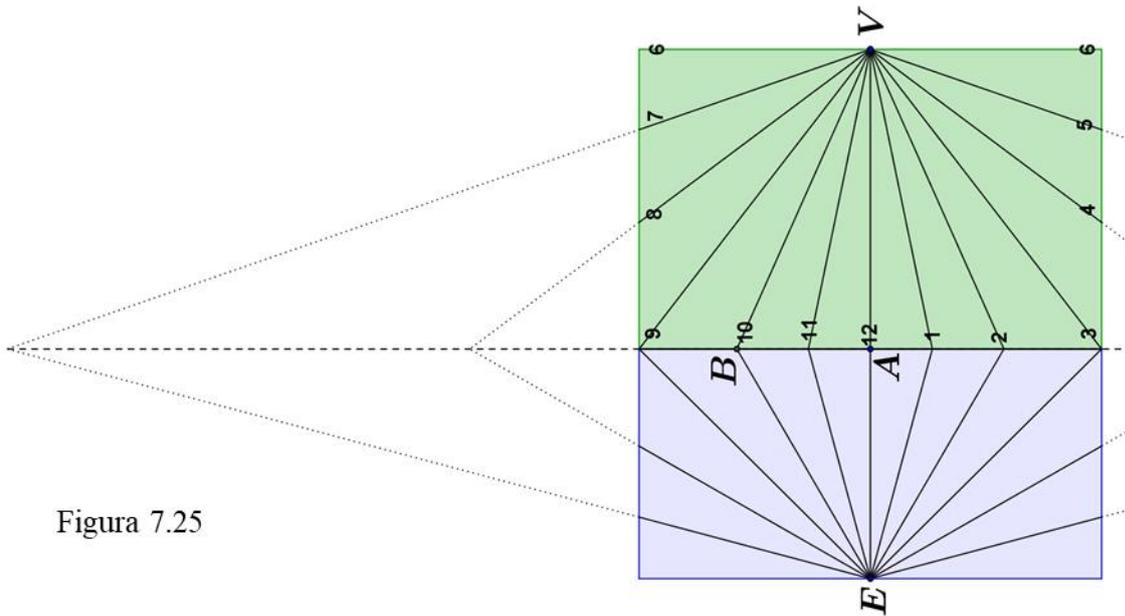


Figura 7.25

De la misma manera que para el horizontal, el trazado geométrico de las líneas horarias solo es aconsejable para limbos de tamaño muy reducido. En general es más práctico volver a utilizar la trigonometría. Ahora, la fórmula requerida es $\alpha = \arctg(\cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \beta)$. Pincha [aquí](#) para ver la justificación (ampliación).

Para una latitud $\varphi = 40^\circ$ resultan estos ángulos:

Hora	12	1	2	3	4	5	6
β	0	15	30	45	60	75	90
α	0	11,6	23,9	37,5	53	70,7	90

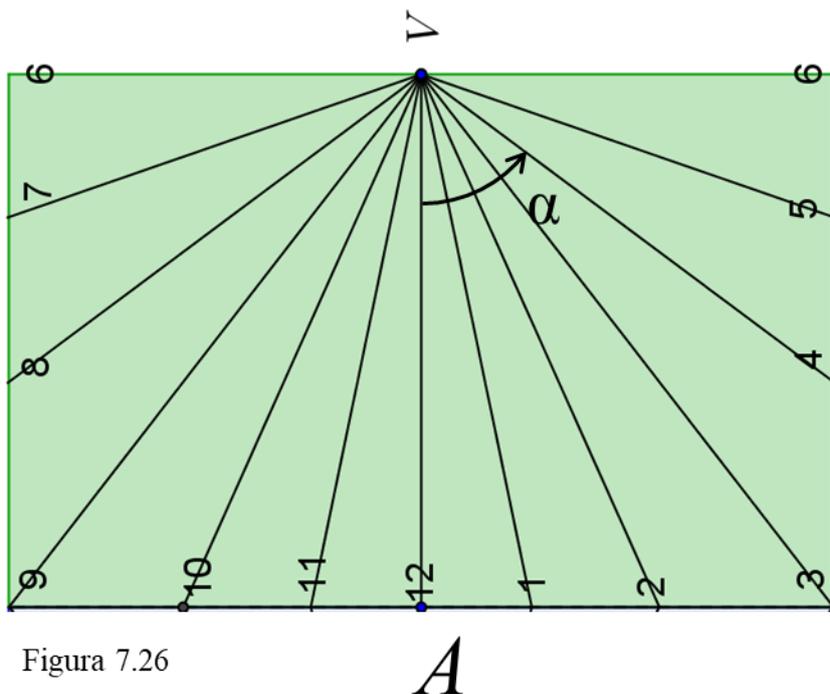
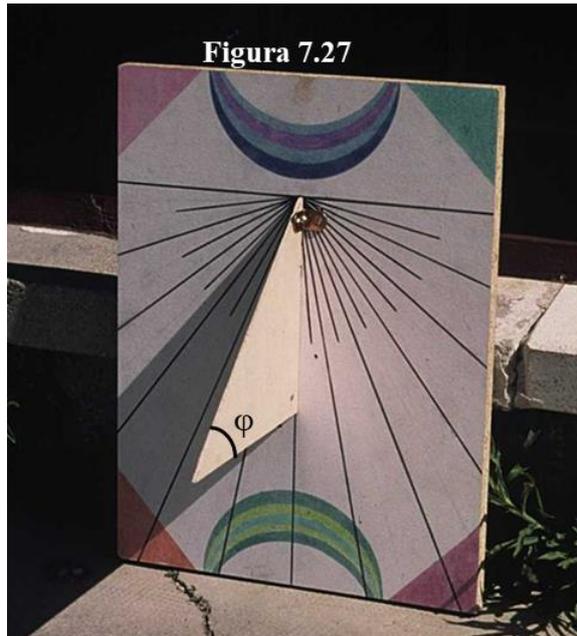


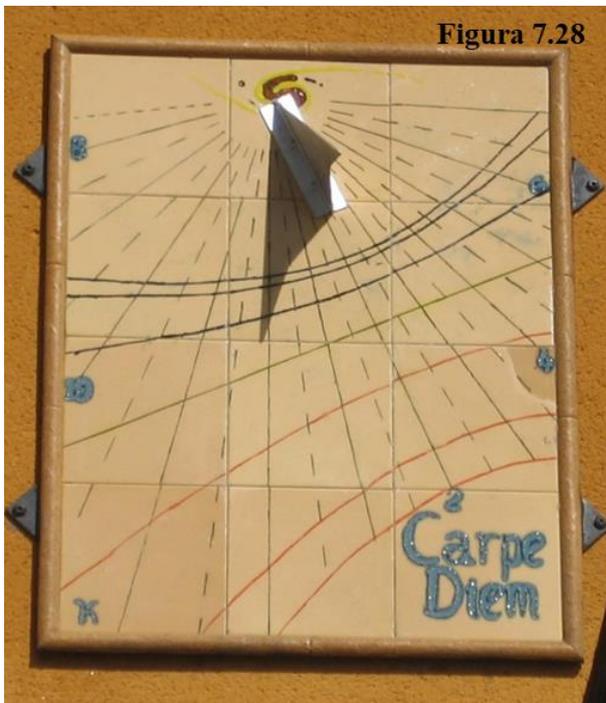
Figura 7.26

Una diferencia es que no es preciso añadir ahora ninguna línea adicional antes de las 6 de la mañana o después de las 6 de la tarde, pues a esas horas el Sol no entrará en el cuadrante vertical.

Para el estilete quizá lo más cómodo, aunque no lo más elegante, vuelve a ser una plancha triangular sujeta como se ve en la figura 7.27, también del instituto de Orcasitas. Marca las 8:45 de la mañana, aproximadamente.

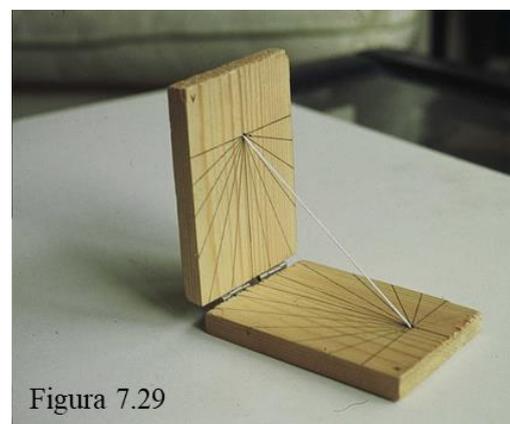


Si la pared donde se va a situar el reloj no está orientada exactamente al sur el trazado de las líneas se complica bastante. Estos relojes reciben el nombre de verticales **declinantes** como el de la figura 7.28, realizado para una vivienda particular en San Mamés (Madrid).



La única línea horaria totalmente vertical es la del mediodía; las discontinuas son de medias horas y las curvas (hipérbolas) que lo cruzan indican la fecha. Está señalando unos ocho minutos antes del mediodía.

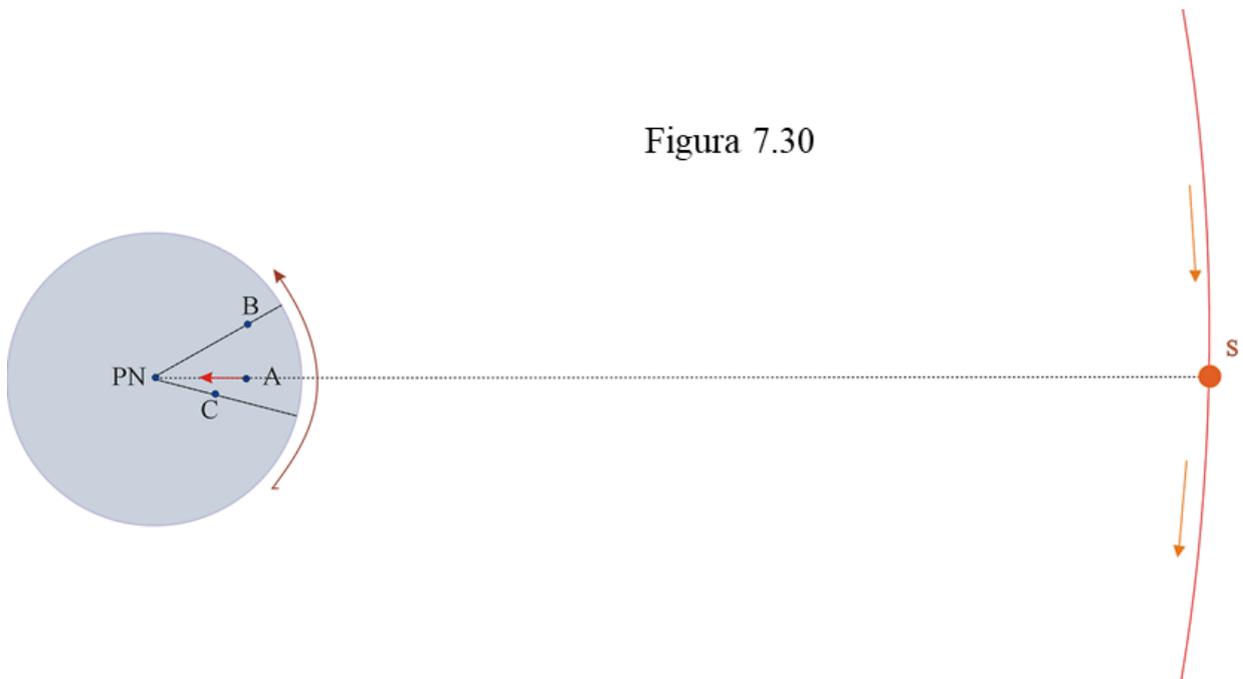
Un reloj que combina un limbo horizontal y otro vertical es el reloj “de bolsillo” (figura 7.29) como el realizado en el Instituto Rey Pastor de Madrid



7.7 LONGITUD GEOGRÁFICA Y HORA SOLAR

Los relojes de Sol señalan la hora local, o como se denomina más precisamente la **hora solar verdadera**. Esta hora es diferente para lugares situados en distinta longitud geográfica. En la figura 7.30 se representan la Tierra y el Sol como si pudiéramos verlos desde muy por encima del polo Norte. En la Tierra hay señalados tres lugares A, B y C, que tienen diferente longitud geográfica. La flecha situada en A se dirige hacia el polo por lo que esa es la dirección del punto cardinal Norte. Por tanto, desde A, B está situado 30° hacia el este y C 15° al oeste. Tienen diferente latitud, pero eso no importa nada; ahora solo nos interesa la posición de sus meridianos.

Figura 7.30



Ya sabemos que, a efectos de lo que estamos viendo, es igual considerar que la Tierra rota sobre su eje en 24 horas o bien que es el Sol el que avanza por el cielo. En la ilustración se indica con una flecha el sentido de rotación de la Tierra o el equivalente del Sol. Tal y como está la figura, el astro rey aparece justo en el meridiano del punto A, por lo que allí los relojes de Sol señalarán las 12 en punto.

¿Qué hora marcará un reloj de Sol situado en B? El meridiano de B ha avanzado ya 30° desde que estuvo frente al Sol; esos 30° se recorren en 2 horas por lo que en B hace ya dos horas que fue mediodía, así que allí son las 2 de la tarde hora solar.

En cambio, la Tierra todavía tiene que rotar 15° para que C se sitúe justo frente al Sol, por lo que allí un reloj de Sol marcará las 11 de la mañana.

En B, que va por delante en la rotación terrestre, los relojes de Sol siempre marcarán 2 horas más que en A, mientras que en C señalarán una hora menos que en A.

Ejercicio 7.1

Si en Londres un reloj de Sol marca las 12 en punto,

- ¿Qué hora señalará un reloj de Sol situado en un punto que esté 15° al este de Londres?
- ¿Y en una localidad situada 30° al oeste?

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Ejercicio 7.2

Busca en algún mapa la longitud geográfica de tu localidad. ¿Qué diferencia horaria hay con el meridiano de Greenwich? ¿Qué hora solar será en tu localidad cuando en Greenwich los relojes de Sol marquen las 12 en punto?

7.8 HORA SOLAR Y HORA OFICIAL

Como cada localidad tiene su propia hora solar, se han establecido unos convenios para que en cada estado la hora oficial sea la misma. Para ello se elige un meridiano como referencia; la hora oficial en ese país será la hora solar en ese meridiano.

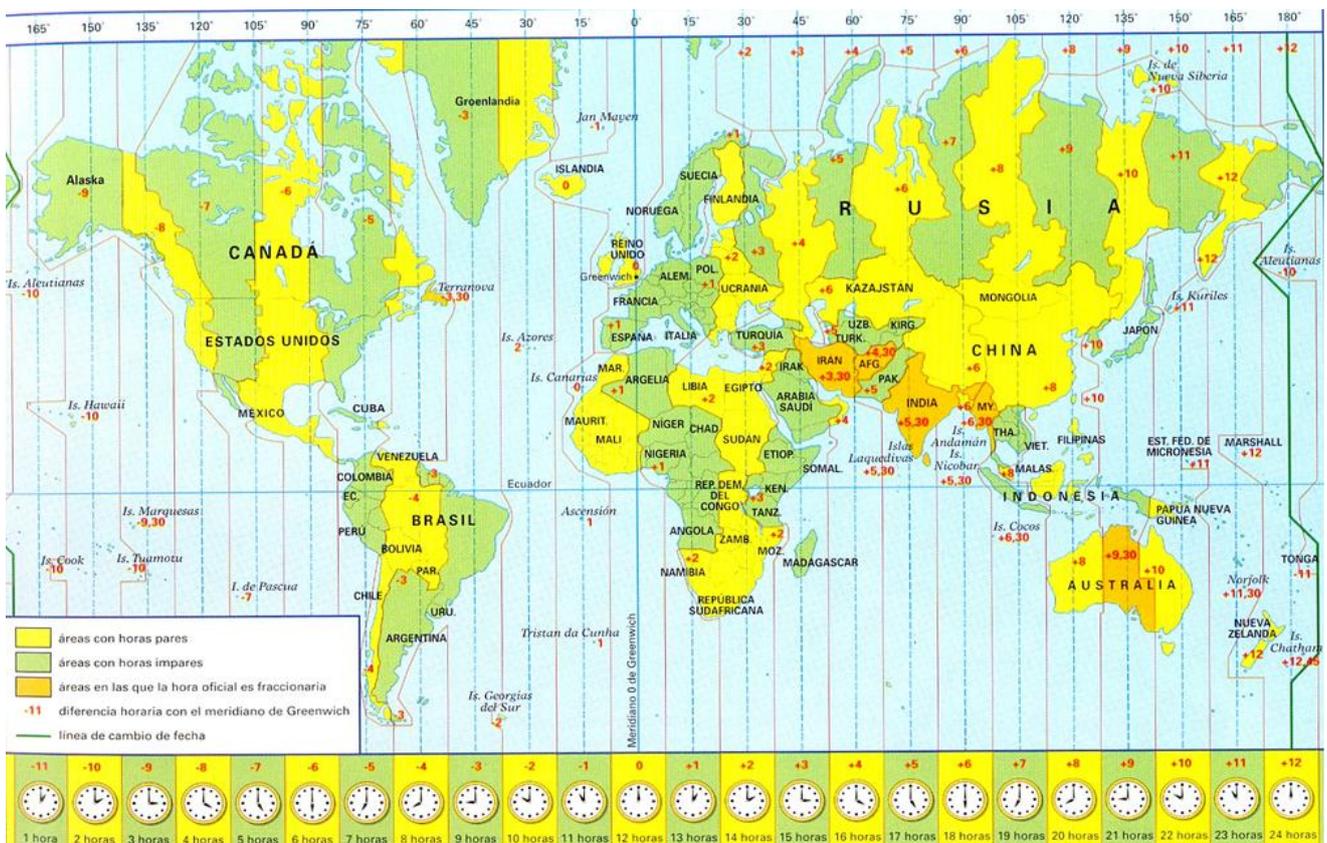


Figura 7.31 <https://mapamundi.co/wp-content/uploads/2018/02/mapamundi-con-husos-horarios>

Ejercicio 7.3

- a) *La ciudad de Nueva York está situada, aproximadamente, en el meridiano 75E Oeste. ¿Cuál es la diferencia horaria entre España y Nueva York?*
- b) *Una escritora tiene que presentar su nuevo libro en Nueva York. Sale de Madrid a las 9 de la mañana y el viaje en avión dura 8 horas. ¿A qué hora (de Nueva York) aterrizará?*
- c) *¿Cuánto tiempo transcurre desde que esa viajera vio salir el Sol en Madrid hasta que vuelve a verlo salir, al día siguiente, en Nueva York?*
- d) *¿Qué diferencia horaria tenemos con respecto al Japón? Cuando aquí son las 12, ¿qué hora es en el País del Sol Naciente?*

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

En España se ha elegido, como meridiano de referencia, el de Greenwich. Por lo tanto, un primer desacuerdo entre la hora que marca el reloj de Sol y la oficial se debe a la diferencia de longitud respecto a dicho meridiano. Tordesillas está situada 5° al oeste de Castellón (por donde pasa el meridiano de Greenwich). Cuando los relojes de pulsera marquen las 12, es decir, cuando sean las 12 oficiales, un reloj de Sol en Castellón también señalará las 12, y nuestra estrella se encontrará justo en el meridiano de Castellón, pero aún falta que la Tierra gire esos 5° (en lo que tardará 20 minutos) para que el Sol se sitúe en el meridiano de Tordesillas, por lo que allí un reloj de Sol marcará las 11 h 40 m. En la rotación terrestre Castellón va siempre por delante de Tordesillas: la hora solar en esta última ciudad será siempre 20 minutos menos que en aquella.

Si en esa misma población el reloj de Sol señala las 15 h 20 m, en Castellón serán ya las 15 h 40 m y esa será la hora oficial, la que marquen los relojes de pulsera.

Ejercicio 7.4

La longitud de Barcelona es de 2° 10' Este.

- a) *¿Qué diferencia horaria le corresponde?*
- b) *Cuando sean las 12 hora oficial, ¿qué marcarán los relojes de Sol allí?*
- c) *Si un reloj de Sol marca en Barcelona las 10 am, ¿qué señalarán los de pulsera?*

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Es posible diseñar las líneas horarias de un reloj de Sol para que se corrija automáticamente esa diferencia debida a la longitud. Si te interesa pulsa [aquí](#).

Pero hay que hacer otras correcciones. Los gobiernos, alegando ahorrar algo de energía, adelantaron el horario oficial una hora en otoño e invierno y dos en primavera y verano. Por eso, si el día 15 de enero un reloj de Sol en Castellón señalase las 12 horas, los relojes de pulsera indicarían la 1 de la tarde.

7.9 ECUACIÓN DE TIEMPO

La idea simple de “día” como una rotación de la Tierra sobre sí misma en 24 horas, como tantas otras nociones intuitivas en Astronomía, debe ser precisada. Nuestra vida está regida por el día solar que puede definirse como el tiempo entre dos mediodías consecutivos. Si comenzamos con el Sol en el meridiano del punto A (y el centro de la Tierra en T), el siguiente mediodía se dará en la posición T'A', pero para llegar allí la Tierra ha tenido que rotar $360^\circ + \alpha$ y ese ángulo adicional debe coincidir con el arco recorrido por la Tierra desde T hasta T'. Así que para efectuar una rotación (360°) necesita algo menos de 24 horas, exactamente 23 h 56 m, periodo llamado **día sidéreo**: si al comienzo (T) cierta estrella está en el meridiano de A, después de una rotación esa misma estrella volverá a estar en el meridiano de A como indica el paralelismo de ambos vectores.

Figura 7.32

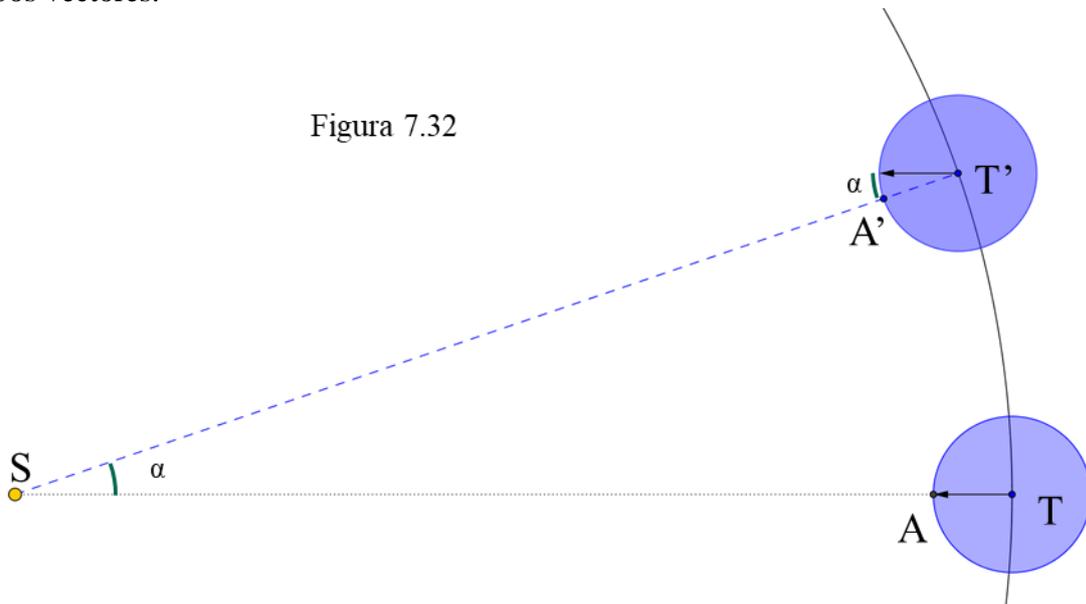
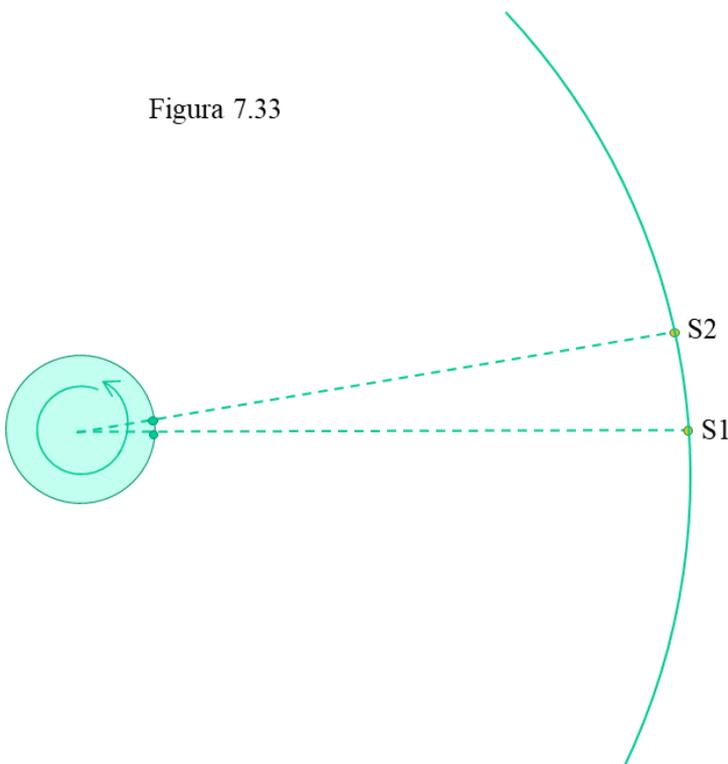


Figura 7.33

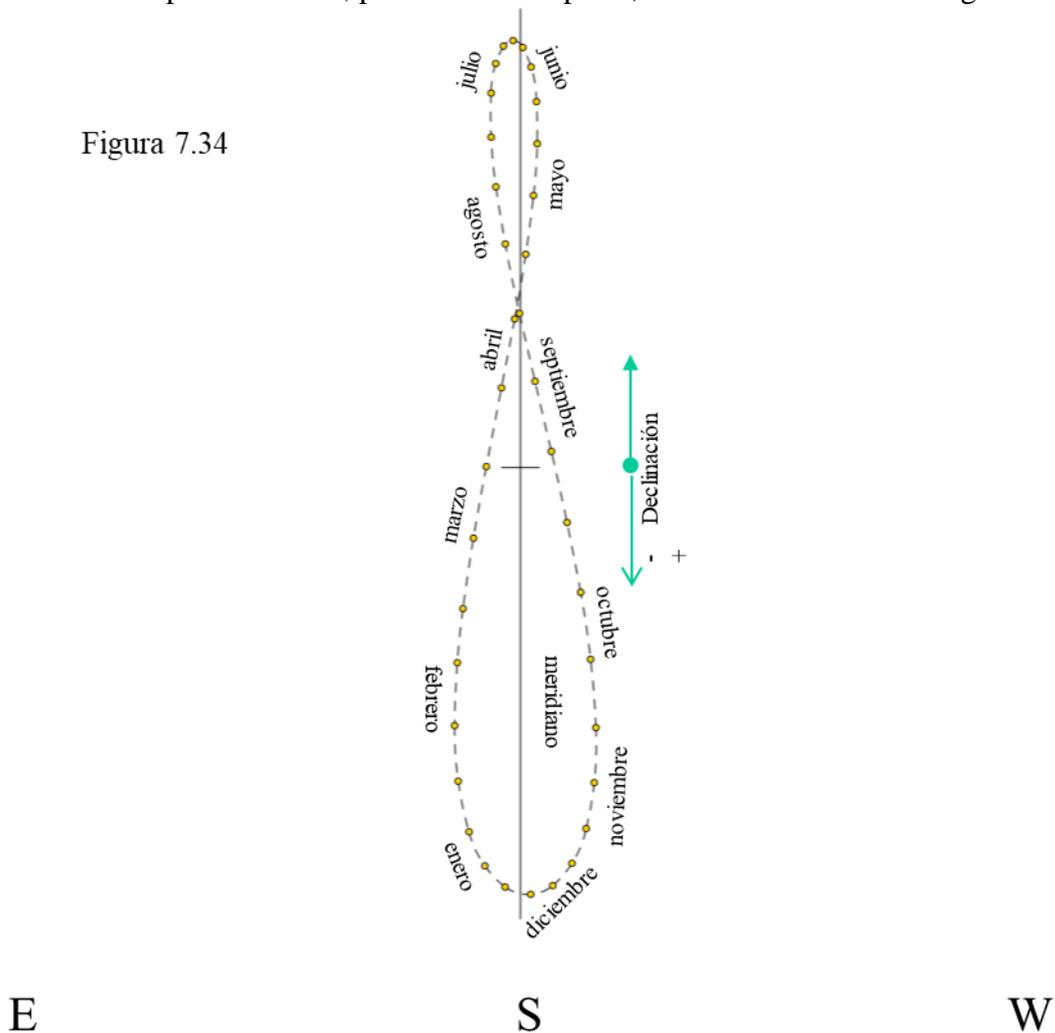


En la figura 7.33 se ha situado la Tierra en el centro (inmóvil, pero rotando) y el Sol avanzando por la eclíptica. Desde el punto de vista de las apariencias es totalmente equivalente a la anterior. Así pues la unidad básica de tiempo es el día solar, tal y como se ha definido y que se divide en 24 horas.

Como siempre uno piensa, ingenuamente, que después de 24 horas volveremos a tener al Sol culminando en el meridiano. Pues no.

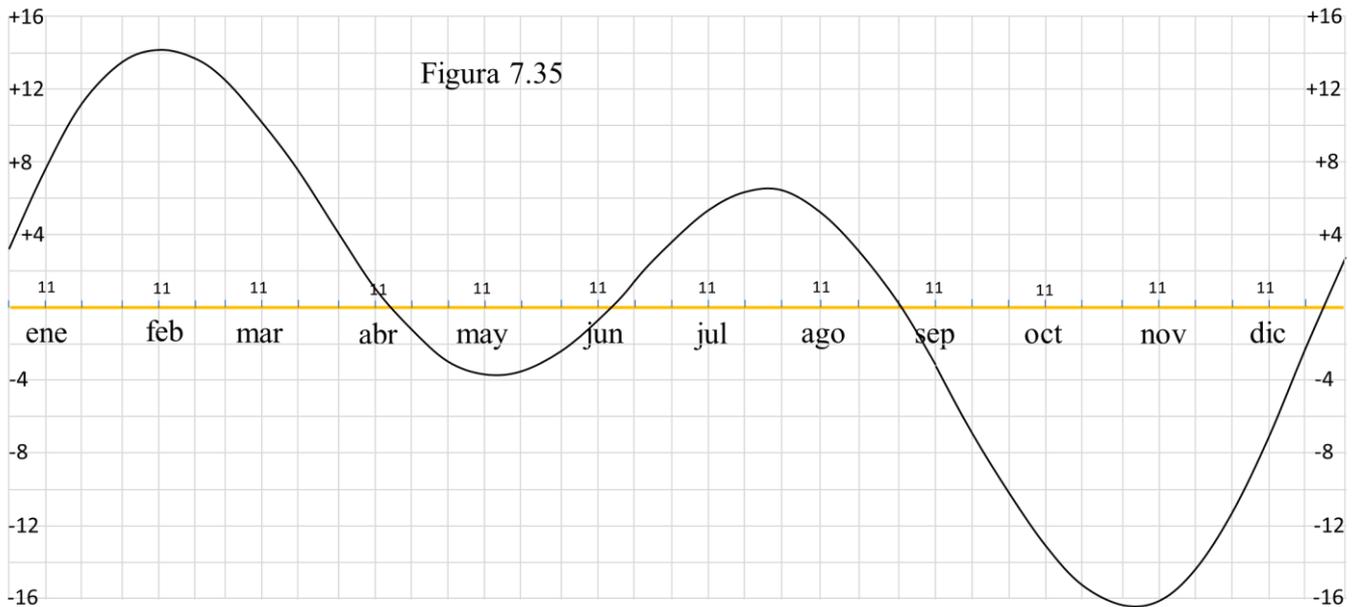
Supongamos que estamos situados en un lugar del meridiano de Greenwich, para ahorrarnos la corrección por longitud. Allí se supone que el mediodía tiene que ocurrir a las 12 en punto (a las 13:00 hora oficial en otoño e invierno o a las 14:00 entre abril y octubre). Si anotamos la posición del Sol siempre a esa hora, para nuestra sorpresa, obtenemos esta bonita figura:

Figura 7.34



Obviamente el Sol sube y baja cambiando de declinación y de máxima altura meridiana a lo largo del año, pero también se adelanta o se retrasa algo. Por ejemplo, en noviembre, a las 13:00 (horario de invierno) el Sol está a la derecha (al oeste) del meridiano, es decir, ya lo ha cruzado por lo que un reloj de Sol estará señalando más de las 12 en punto. En cambio, en febrero, a las 13:00 de nuestro reloj de pulsera, el Sol está a la izquierda (Este) del meridiano, aún no ha llegado a él y un reloj de Sol marcaría menos de las 12.

Esta curva en forma de 8 estilizado recibe el nombre de “analema”. ¿A qué se debe? Pues básicamente a dos cuestiones: (a) el irregular avance de la Tierra a lo largo de su órbita elíptica ligeramente excéntrica tal y como establece la 2ª ley de Kepler, que veremos con más detalle en el capítulo 9, que equivale al avance aparente del Sol por la eclíptica y (b) la inclinación de la eclíptica sobre el ecuador por lo que la traslación y la rotación no se efectúan en un mismo plano. Ambos factores hacen que el Sol a veces esté adelantado y otras atrasado (tal y como se aprecia en el “analema”) con respecto a su posición media y por tanto la hora solar verdadera (la que da un reloj de Sol) y la hora solar media no coincidan. La diferencia entre ambas se conoce como “ecuación de tiempo” y la siguiente gráfica nos da sus valores (hora media – hora solar verdadera) a lo largo del año:



En el eje horizontal se sitúan los meses del año con tres marcas correspondientes a los días 1, 11 y 21 aunque solo el día 11 está numerado. En el vertical se sitúa la corrección (en minutos) que hay que hacer a la hora que marca el reloj de Sol para pasar a la hora media. El día 11 de marzo, por ejemplo, el gráfico indica una corrección de +10. Eso quiere decir que a la hora que marque el reloj de Sol tendremos que sumarle 10 minutos para pasar a la hora media (aparte de las correcciones por longitud y por ahorro de energía). En cambio, el 11 de octubre leemos en el gráfico que el valor de la ecuación de tiempo es de -13 minutos, por lo que a la hora solar verdadera tendremos que restarle esos 13 minutos para tener la hora solar media.

Pulsa [aquí](#) si quieres ver una explicación más detallada.

En **resumen**, para conocer la hora oficial a partir de la que marca el reloj de Sol es preciso hacer las siguientes correcciones:

- a) Longitud geográfica: añadir (para un lugar al Oeste) o restar (para un lugar al Este) la diferencia de longitud convertida en tiempo ($15^\circ = 1$ hora).
- b) Añadir una hora desde noviembre hasta marzo y dos entre abril y octubre.
- c) Ecuación de tiempo: añadir o restar los minutos que marca el gráfico anterior según la época del año.

HORA OFICIAL = HORA SOLAR VERDADERA + CORRECCIÓN POR LONGITUD + CORRECCIÓN GUBERNAMENTAL + ECUACIÓN DE TIEMPO

Por ejemplo, ¿cuál será la hora oficial el 1 de julio en Castellón cuando allí un reloj de Sol señale las 12 en punto? No hay que hacer ninguna corrección por longitud, pero como estamos en pleno verano los relojes de pulsera van dos horas adelantados, así que serían las 2 pm. Pero hay que tener en cuenta la ecuación de tiempo cuyo valor para el 1 de julio es de +4 minutos que habrá que sumar: la hora oficial será 14h 04mn

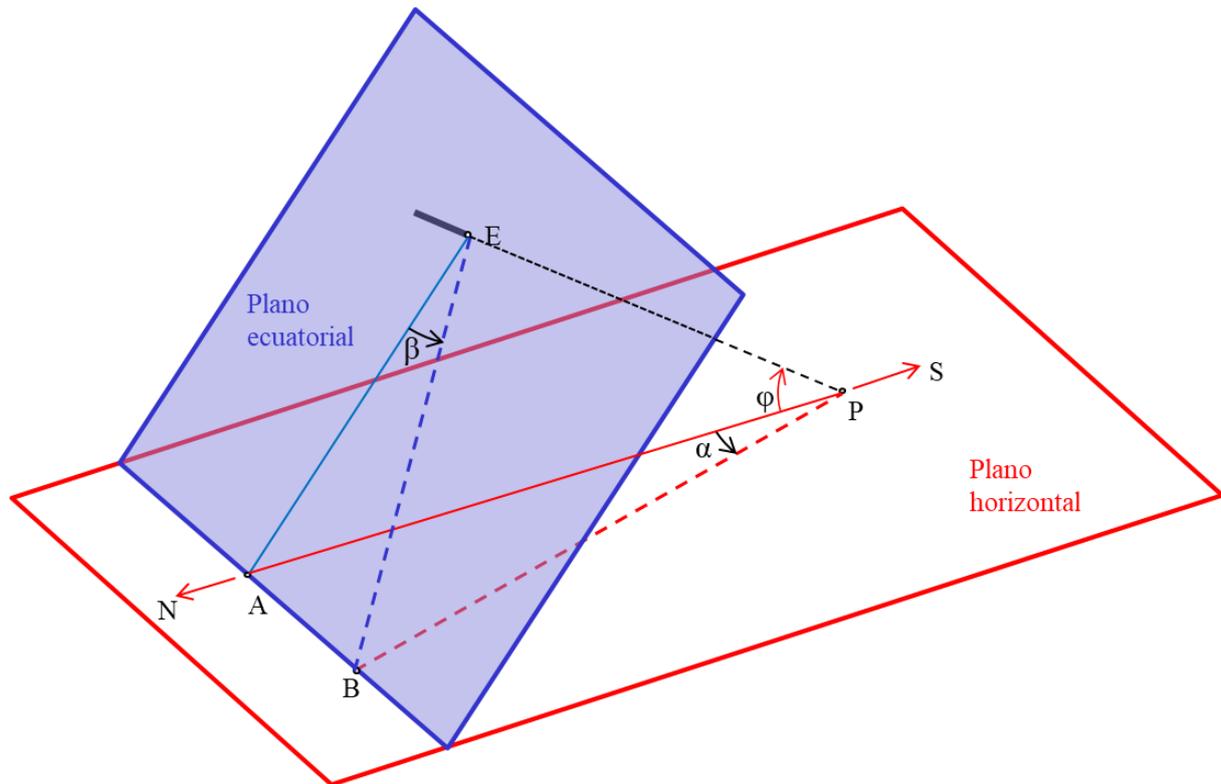
Al revés, ¿qué marcará un reloj de Sol en Castellón el 10 de marzo a la 1 pm hora oficial? Como seguimos en el meridiano de Greenwich nos volvemos a ahorrar la corrección por longitud. El 10 de marzo aún estamos en horario de invierno y el reloj de Sol debería marcar una hora menos, es decir, las 12 en punto. Debería ser mediodía. Pero no, la dichosa ecuación de tiempo el 10 de marzo es de +10 minutos (el reloj de pulsera marca 10 minutos más que el de Sol) por lo que la hora solar verdadera resulta ser las 11h 50mn. Aún no es mediodía; el Sol ese día va “retrasado” con respecto a su posición media y se verá algo a la izquierda (hacia el Este) del meridiano.

Ejercicio 7.5

- a) ¿Cuál será la hora oficial en Sevilla (longitud 6° Oeste) el 15 de agosto cuando el reloj de Sol señale las 3 de la tarde?*
- b) ¿Cuál será la hora oficial en Bilbao (longitud 3° Oeste) el 5 de febrero cuando el reloj de Sol señale las 10 de la mañana?*

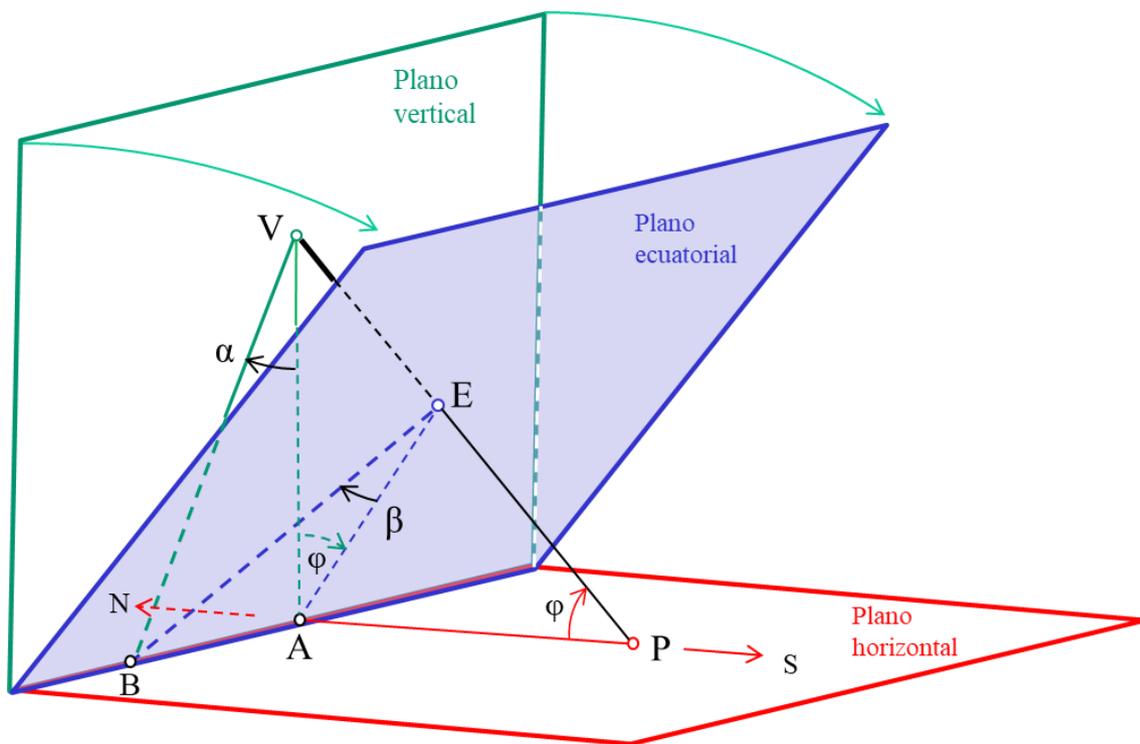
Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Justificación del cálculo por trigonometría de las líneas horarias en el reloj de sol horizontal



- $\text{tg } \alpha = AB / AP$
- $\text{tg } \beta = AB / AE \rightarrow AB = AE \cdot \text{tg } \beta$
- $\text{sen } \varphi = AE / AP \rightarrow AP = AE / \text{sen } \varphi$
- Por lo que $\text{tg } \alpha = \frac{AE \cdot \text{tg } \beta}{\frac{AE}{\text{sen } \varphi}} = \text{sen } \varphi \cdot \text{tg } \beta$
- $\alpha = \text{arc tg } (\text{sen } \varphi \cdot \text{tg } \beta)$

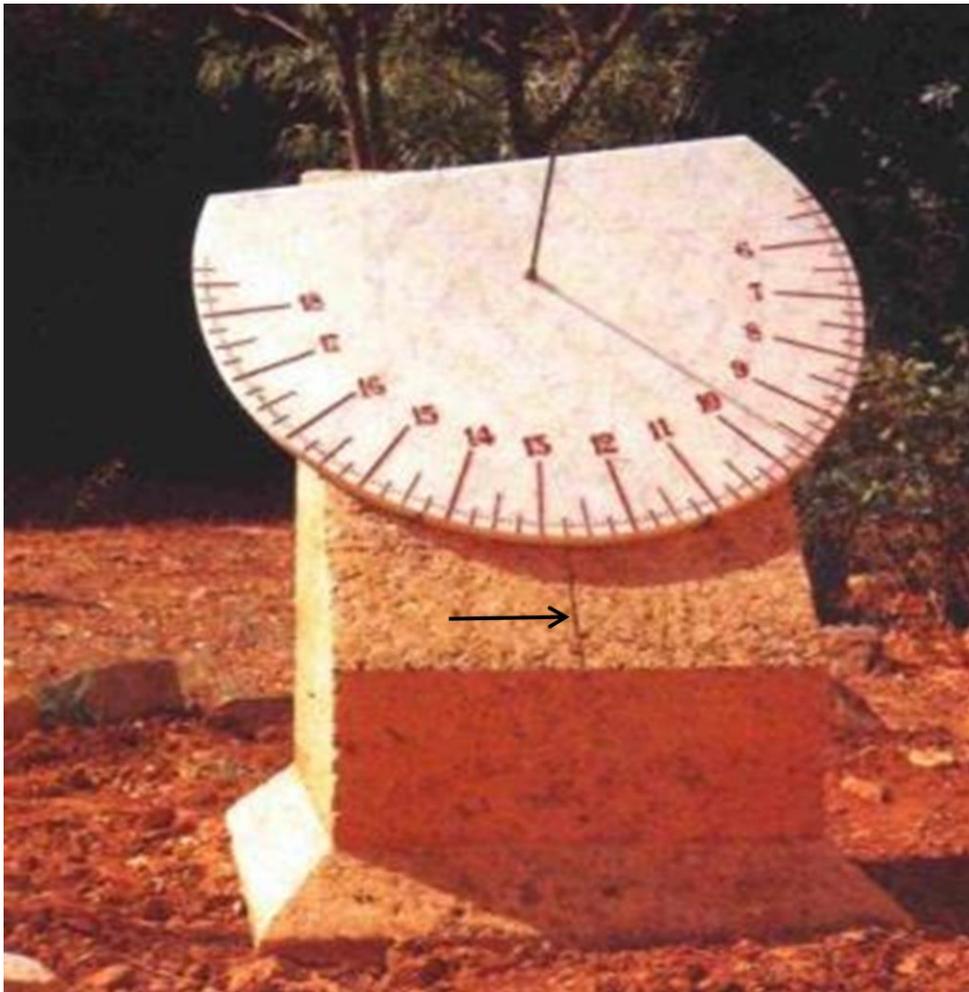
Justificación del cálculo por trigonometría de las líneas horarias en el reloj de sol vertical orientado



- En el triángulo VAB ($A = 90^\circ$), tenemos que $\operatorname{tg} \alpha = AB / VA$
- AB está en el triángulo BAE ($A = 90^\circ$): $\operatorname{tg} \beta = AB / AE$
así que $AB = AE \cdot \operatorname{tg} \beta$
- VA también está en el triángulo VEA ($E = 90^\circ$): $\cos \varphi = AE / VA$
luego $VA = AE / \cos \varphi$
- Por tanto $\operatorname{tg} \alpha = AB / VA = \frac{AE \cdot \operatorname{tg} \beta}{\frac{AE}{\cos \varphi}} = \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \beta$
- $\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \beta)$

Corrección por longitud

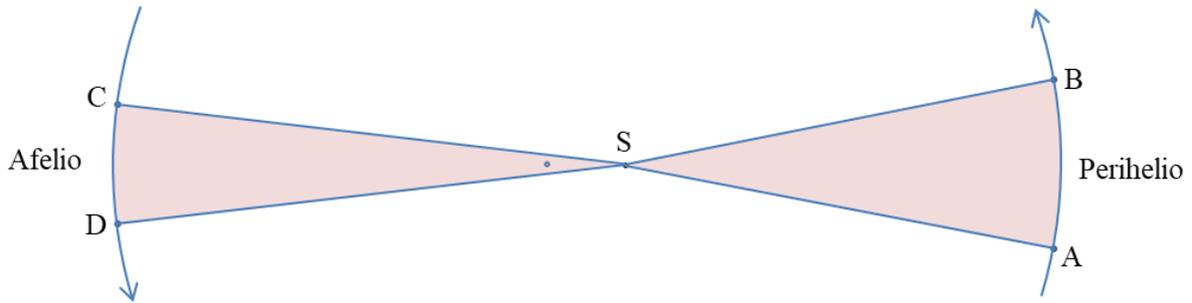
Si se quiere corregir la diferencia de longitud para que el reloj solar no tenga siempre ese retraso o adelanto respecto a la hora oficial no hay más que desplazar las líneas horarias lo que corresponda. El cuadrante ecuatorial de la fotografía en el instante del mediodía solar verdadero (señalado con una línea en el soporte) marca las 12:45 lo que indica que está diseñado para una localidad situada al oeste del meridiano de referencia. El desfase de 45 minutos de tiempo equivale a $11^{\circ} 15'$ de longitud.



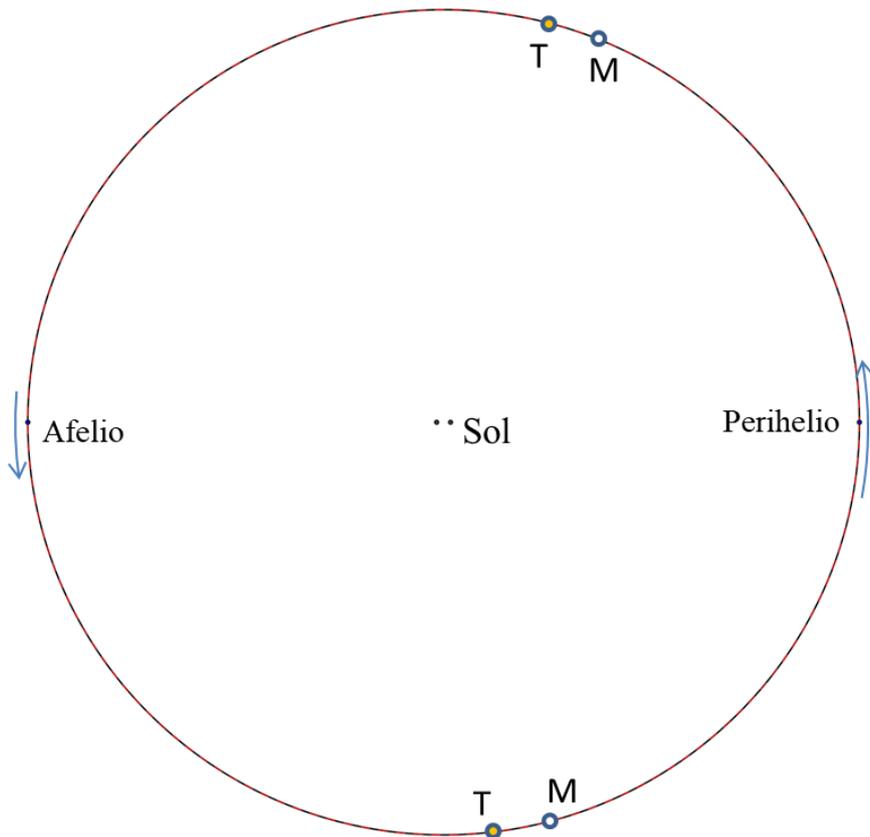
<https://relojesdesol.wordpress.com/tiposrelojes/>

LA ECUACIÓN DE TIEMPO

Corrección por excentricidad

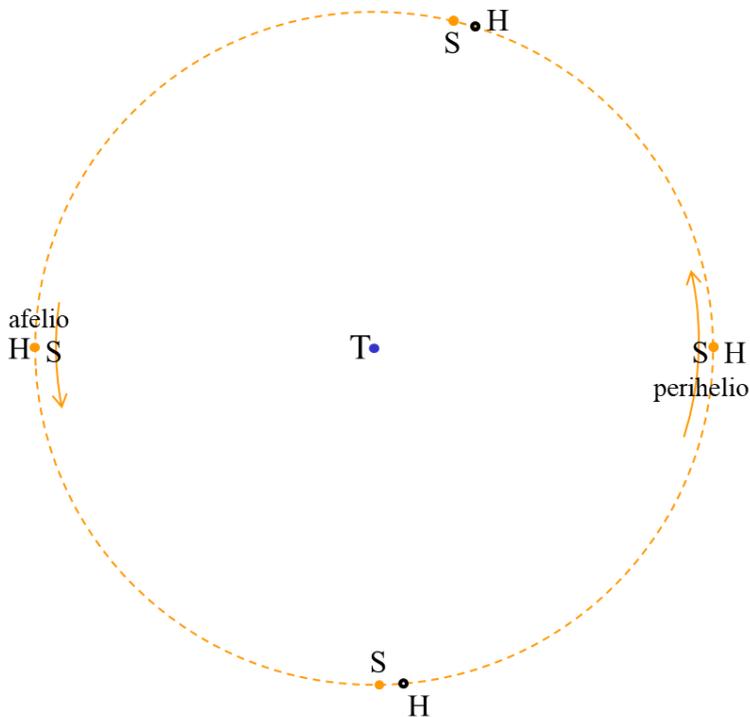


El avance de nuestro planeta por su órbita no se efectúa a velocidad constante sino ligeramente variable obedeciendo la segunda ley de Kepler: los triángulos SAB y SCD deben tener igual área por lo que el arco AB tiene que ser mayor que el CD (en la figura se ha exagerado mucho este efecto) y ambos se recorren en el mismo tiempo. La Tierra circula más rápida en el perihelio y más lenta en el afelio.



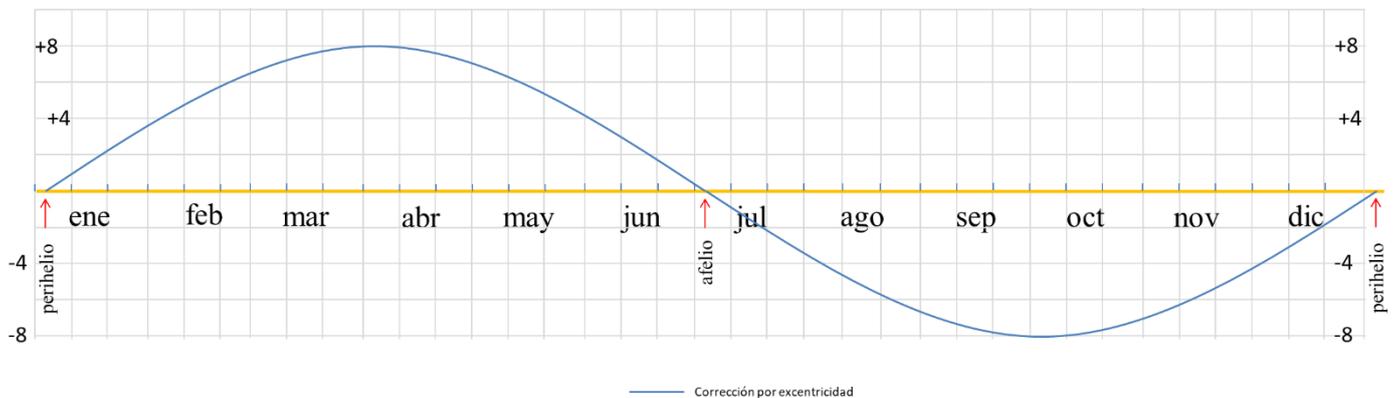
Imaginemos una “Tierra Media” (M) que recorra su órbita regularmente. El punto de partida es el Perihelio (4 de enero): allí arrancan las dos, la verdadera Tierra (T) y ese punto ideal M. Pero como en el perihelio T va más deprisa de lo normal, comenzará a ir por delante de M y se irá separando cada vez más, hasta que comience a frenarse poco a poco. T y M volverán a coincidir en el afelio (3 de julio), pero a partir de ahí, al ir T más despacio, se irá quedando atrás hasta que vuelva a acelerar y a acercarse a M con quien se reunirá de nuevo en el siguiente perihelio.

Desde un punto de vista geocéntrico la situación es similar: nosotros vemos al Sol (S) recorrer la eclíptica en un año, pero a velocidad variable. Aparentemente S va más deprisa en enero (perihelio) y más despacio en julio (afelio) de forma que se adelanta o atrasa con respecto a un punto (H) que recorra la eclíptica a velocidad constante.

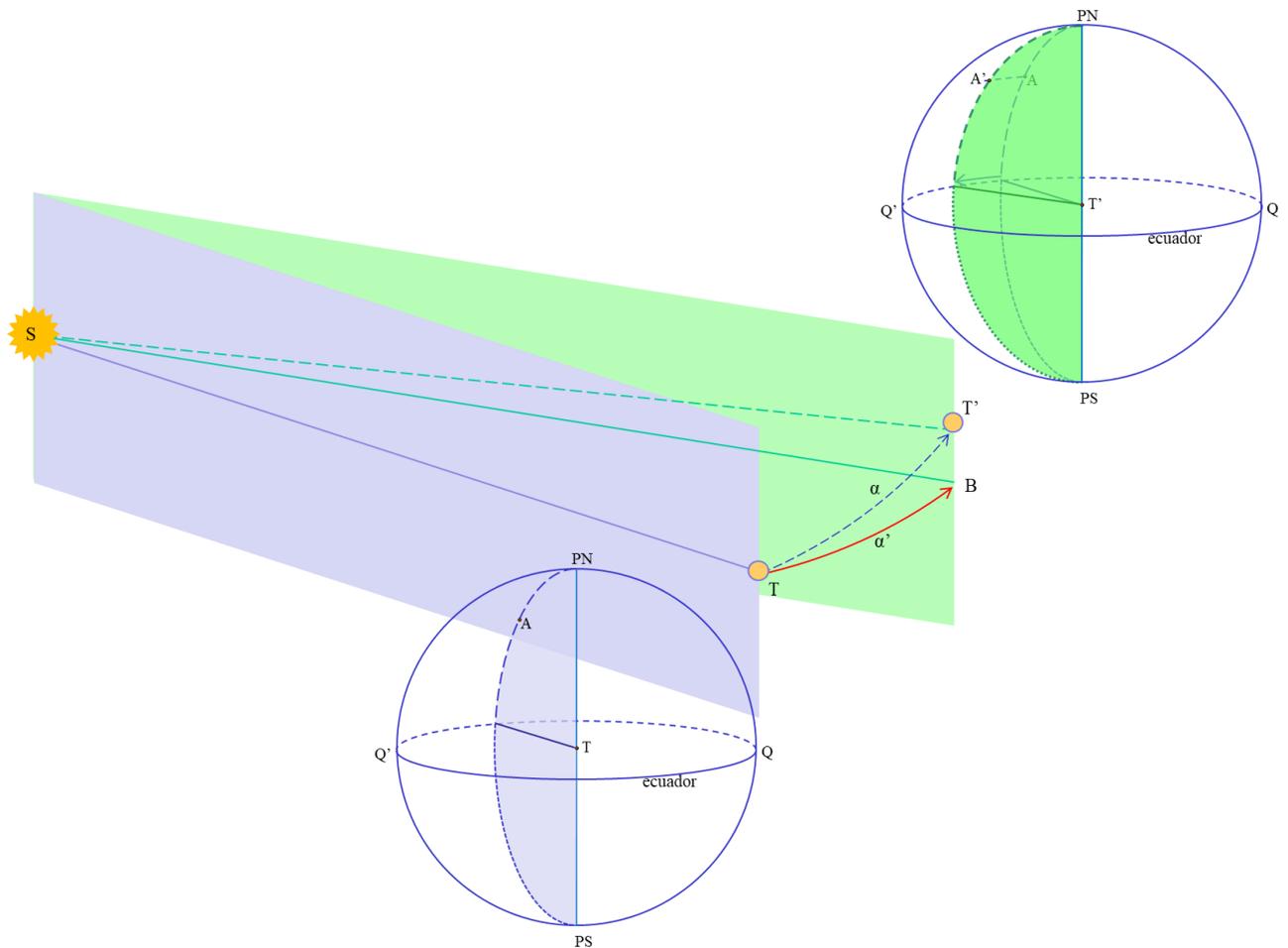


Esta separación de S respecto a H se puede calcular. Por ejemplo, el 14 de febrero, S está $1^{\circ}\frac{1}{4}$ por delante de H, pero para lo que aquí nos ocupa es mejor expresar este ángulo en tiempo (360° equivalen a 24 horas, 15° a 1 hora y 1° a 4 minutos) por lo que ese día S está 5 minutos adelantado. La diferencia alcanza un máximo hacia mediados de abril, cuando S va unos 8 minutos de tiempo por delante del regular H; y un mínimo a primeros de octubre, cuando S va retrasado con respecto a H también 8 minutos.

En la gráfica siguiente se muestra esta distancia, en minutos de tiempo, a lo largo del año.

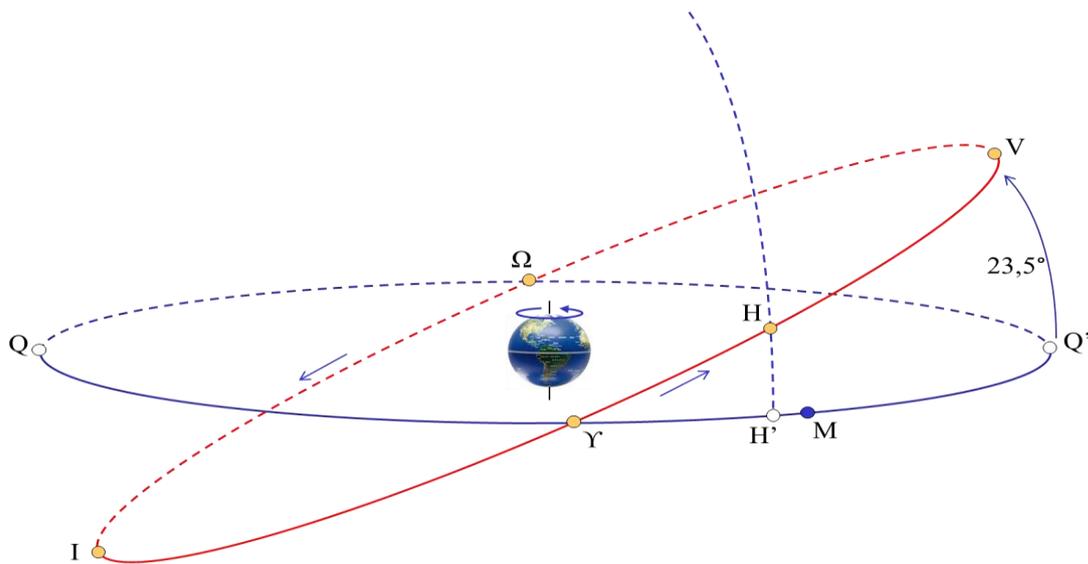


Corrección por oblicuidad



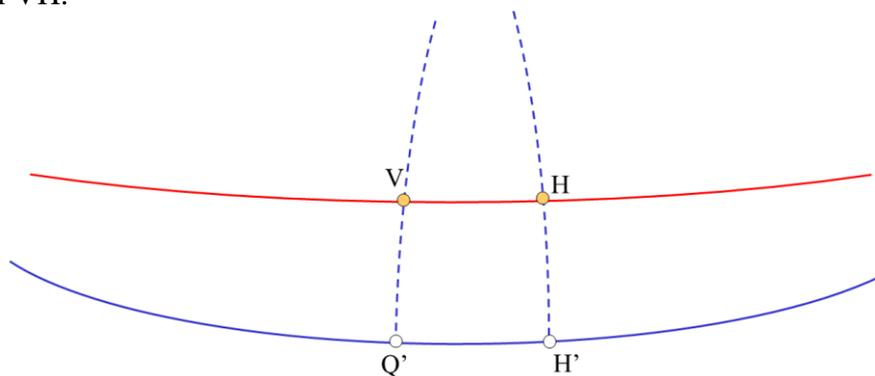
Causada por la inclinación de la eclíptica respecto al ecuador. En la posición T de la Tierra es mediodía en A y el plano azul, que es el plano del meridiano de A, pasa por el Sol. Un día después la Tierra ha avanzado α grados (exageradísimo en esta figura) por su órbita que está inclinada respecto al ecuador hasta T'. Para que vuelva a ser mediodía en A hace falta que el plano del meridiano de A (ahora en verde) pase por el Sol, es decir la Tierra tiene que rotar algo más de 360° (el ángulo extra sería el arco AA'). Pero como el eje de rotación es perpendicular al ecuador, el ángulo extra que tiene que rotar la Tierra para que el sol vuelva a estar en el meridiano de A no es α , sino α' , proyección de α sobre el ecuador.

En visión geocéntrica, si H es un punto que recorre la eclíptica uniformemente, lo que nos interesa para ver la duración del día es su proyección H' sobre el ecuador. Obviamente en el equinoccio de primavera (Y) y en el de otoño (Ω) coinciden. También en los solsticios: cuando H haya avanzado 90° por la eclíptica (y se sitúe en el solsticio de verano V) su proyección será el punto del ecuador Q', a 90° de Y, y lo mismo en el de invierno I. Es decir, si consideramos ahora un punto M (el sol medio) que recorra el ecuador a ritmo uniforme en un año, M y H' coincidirán cada 90°. Ese sol medio M es el que permite definir el día solar medio de 24 horas: el tiempo que transcurre desde que M está en el meridiano de un lugar cualquiera de la Tierra hasta que M vuelve a estar en él. Ese intervalo de tiempo sí que es fijo.

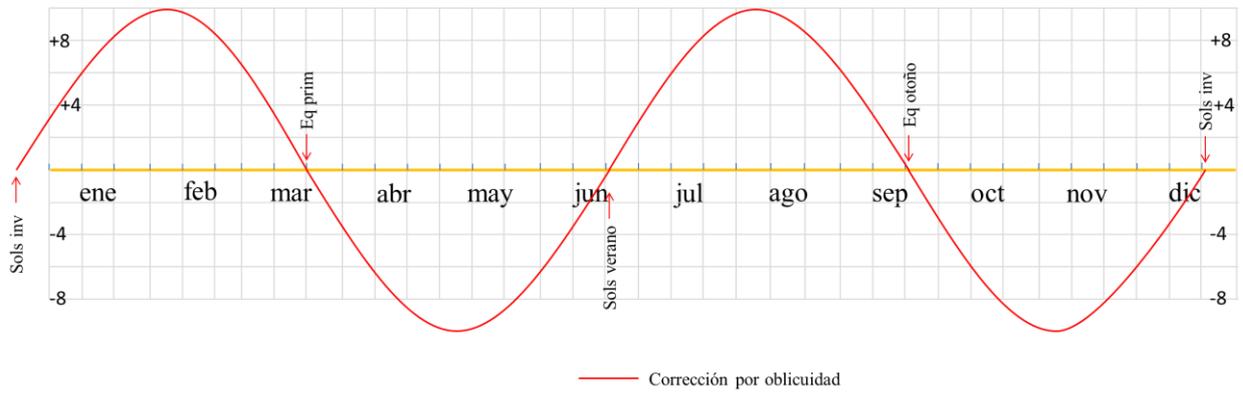


Pero H' no avanza por el ecuador con velocidad constante. Esto se aprecia especialmente en los equinoccios y solsticios. Si H se encuentra a, digamos, 30° de Y por la eclíptica, el arco YH' sobre el ecuador es claramente algo menor.

En cambio, en los solsticios, al estar la eclíptica casi paralela al ecuador y como los meridianos convergen en el polo y se van abriendo ligeramente hacia el ecuador, el arco Q'H' es algo mayor que el VH.

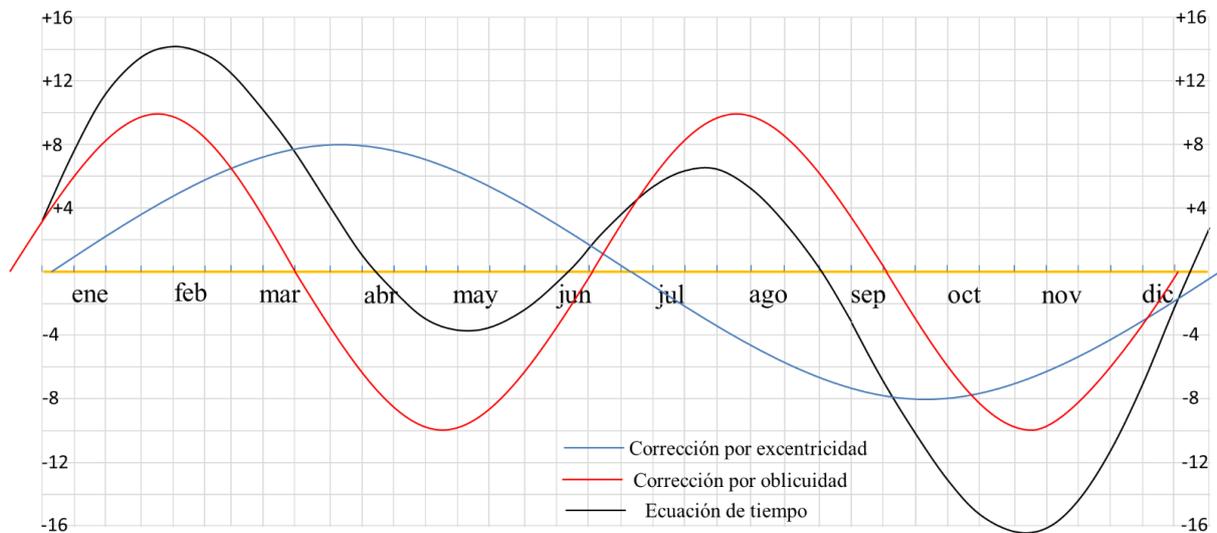


Así que M y H' coinciden en solsticios y equinoccios. Pero en los solsticios H' va más deprisa que M y en los equinoccios sucede lo contrario. En el solsticio de invierno M y H' coinciden, pero H' empieza a adelantarse; en febrero ya H' empieza a ir más lento, aunque sigue por delante, hasta que coinciden en el equinoccio de primavera. Luego H' sigue retrasándose y va por detrás de M; en mayo H' empieza a acelerar, sigue por detrás, pero alcanza a M en el solsticio de verano. Y lo mismo sucede en la segunda mitad del año.



Estas diferencias entre H' y M pueden calcularse con relativa facilidad y el resultado es el de la siguiente gráfica: H' puede ir hasta 10 minutos por delante o por detrás de M ,

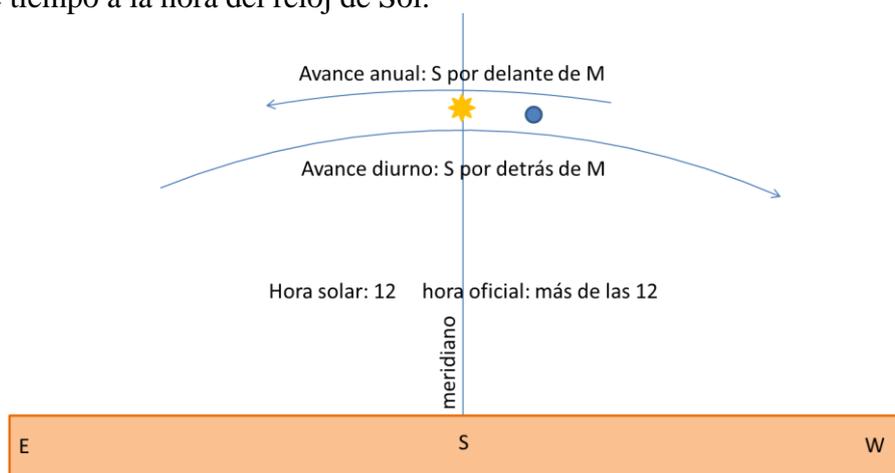
Ecuación de tiempo



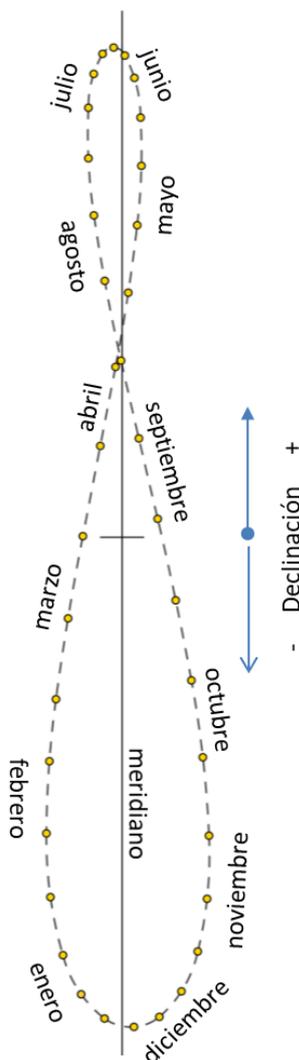
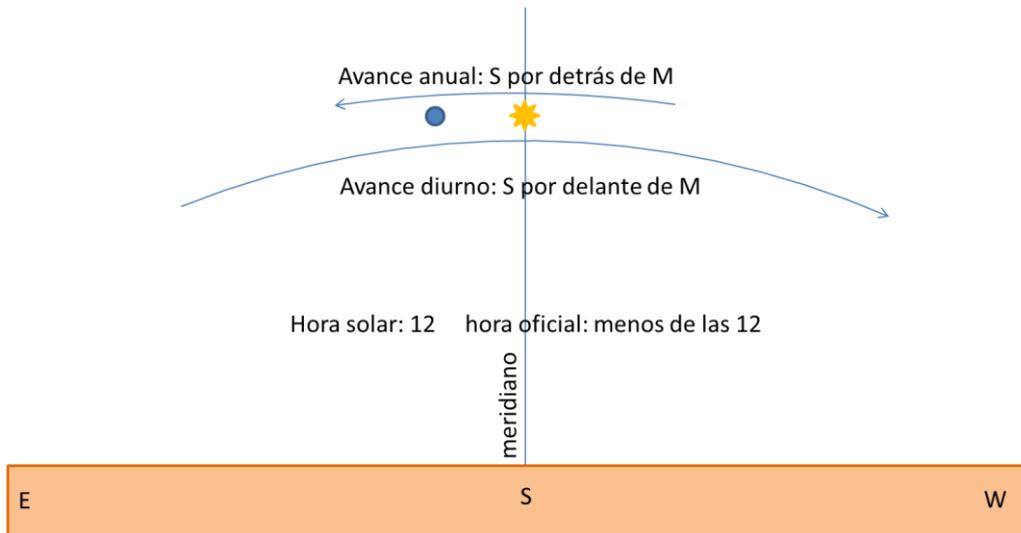
La suma de estas dos correcciones nos da la ecuación de tiempo, que es la diferencia (en minutos) entre el paso meridiano del sol verdadero (S) y el del sol medio (M). Podemos efectuar esa suma y obtener finalmente esta gráfica:

La ecuación de tiempo alcanza un máximo de unos 14 minutos a mediados de febrero y un mínimo de -16 minutos a primeros de noviembre. Hay otro mínimo y otro máximo menos acusados en mayo y julio. Y se anula en cuatro fechas: en torno al 15 de abril, 13 de junio, 26 de agosto y 25 de diciembre.

Si la corrección es positiva es que S está adelantado respecto a M **en su recorrido anual**, es decir S tendrá mayor ascensión recta que M, estará al Este de M, se verá a la izquierda de M (mirando al Sur, claro). Por tanto, en el recorrido diario, que es lo que nos interesa, S pasará por el meridiano después de M. Cuando sean las 12 hora solar, M ya habrá pasado por el meridiano y la hora oficial será mayor. Para hallar la hora oficial habrá que sumar lo que indique la ecuación de tiempo a la hora del reloj de Sol.



En cambio, si el valor de la ecuación de tiempo es negativo, es que S está por detrás de M en su recorrido anual, entonces quedará al Oeste de M, a su derecha (mirando al S), tendrá menos ascensión recta. Pero en el recorrido diario S va por delante: a las 12 hora solar aún no serán las 12 hora oficial.



Conclusión: Para calcular la hora del reloj de pulsera habrá que corregir la hora solar con lo que indique la ecuación de tiempo (medio – verdadero) con el signo que aparece en la gráfica.

Si, en un lugar situado en el meridiano de Greenwich, anotamos a lo largo del año la posición del sol a las 13:00 hora oficial (o a las 14:00 en primavera y verano) observaremos que el sol sube y baja, lo vemos más alto en verano y más bajo en invierno, como era de esperar. Pero resulta que no se limita a subir y bajar en línea recta sino que se balancea y se desvía a veces a la izquierda y otras a la derecha.

Si lo hiciéramos en otro lugar, con longitud geográfica diferente de 0, habría que hacer estas observaciones a la hora esperada del mediodía solar medio. Por ejemplo, en Barcelona cuya longitud Este es de $2^{\circ} 11'$ (que equivalen a 8 min 43 s), la hora prevista del mediodía sería las 12:51:17 desde finales octubre hasta marzo o las 13:51:17 entre abril y octubre. Pero siempre las posiciones van a describir una curva parecida a un 8, llamada “analema”.

Ejercicio 7.1

- a) La 1 de la tarde (13 h)
- b) Las 10 de la mañana (10 am)

Ejercicio 7.3

- a) 75° equivalen a 5 horas. En Nueva York son 5 horas menos que en España.
- b) $9 + 8 - 5 = 12$ h. Aterrizará a las 12:00.
- c) Supongamos que el Sol salió en Madrid a las 7:00 y que al día siguiente también sale a las 7:00 (¡pero hora de Nueva York!); en ese momento en España son 5 horas más, los relojes marcarán las 12 y habrán transcurrido $24 + 5 = 29$ horas.
- d) Consultando el mapa de la figura 21, España está en el huso horario (verde) señalado como +1 y Japón en el +11 (también en verde); por tanto, la diferencia horaria es de 10 horas; allí los relojes marcarán 10 horas más, es decir, las 22 h (10 pm).

Ejercicio 7.4

- a) 8 minutos 40 segundos \approx 9 min.
- b) A las 12 oficiales el Sol está en la vertical de Castellón, pero como Barcelona está al Este del meridiano 0, allí van por delante, el Sol ya ha pasado (9 minutos antes) por su meridiano y el reloj de Sol marcará las 12 h 9 m.
- c) Marcarán 9 minutos menos: las 9 h 51 m.

Ejercicio 7.5

- a) 6° equivalen a 24 minutos ($60 \text{ minutos} \cdot 6 / 15 = 24 \text{ minutos}$):
Hora oficial = 15 h + 24 m + 2 h + 5 m = 17:29 horas
- b) Hora oficial = 10 h + 12 m + 1 h + 14 m = 11:26 horas