Ampliación: energía y trayectoria

La fuerza gravitatoria es conservativa y central. Esto tiene como consecuencia que el Momento Angular **L** (analizado en otra ampliación) y la Energía Mecánica son constantes.

- Energía de un satélite en órbita circular
  La Tierra, de masa M_T, crea una Campo gravitatorio a su alrededor, cuya energía potencial viene dada por la siguiente expresión

$$E_p = \frac{-G \cdot m \cdot M_T}{r}$$

  Consideremos ahora un satélite de masa *m* que orbita con una trayectoria circular alrededor de la Tierra con velocidad ***v*** y a una distancia ***r***. Si tenemos en cuenta que la fuerza gravitatoria actúa en este caso como fuerza centrípeta, y aplicamos la 2ª Newton obtenemos

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \qquad \rightarrow \qquad v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

  La energía cinética se puede expresar

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r}$$

  En esta situación la Energía cinética es la mitad de la energía potencial cambiada de signo y la energía total para un satélite orbitando circularmente alrededor de la Tierra será

$$E_T = E_p + E_c = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r} + \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r} = \frac{-G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r}$$

- Velocidad de escape
  Si tenemos un objeto en la superficie de la Tierra, de radio R, la energía potencial viene dada por la expresión

$$E_P = \frac{-G \cdot M \cdot m}{R}$$ donde R es el radio del planeta

  Si desde ese punto queremos que dicho objete "abandone" el campo gravitatorio tendrá que adquirir una velocidad tal que la energía total se anule, es la denominada velocidad de escape.

$$E_p + E_c = \frac{-G \cdot M \cdot m}{R} + \frac{m \cdot v^2}{2} = 0 \rightarrow \qquad v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Ejercicio

En la tabla siguiente viene indicada la masa y el radio tanto de los planetas como del Sol. Utilizando la expresión anterior calcula la velocidad de escape de cada uno de ellos y exprésala en km/s. $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *(S.I.)*

	Sol	*Me*	*V*	*T*	*Ma*	*J*	*S*	*U*	*N*
Masa ($\cdot 10^{24}$ *kg*)	$2 \cdot 10^6$	*0,36*	*4,90*	*5,98*	*0,66*	*1900*	*587*	*87*	*102,5*
Radio ($\cdot 10^{6}$ *m*)	$7 \cdot 10^2$	*2,42*	*6,05*	*6,37*	*3,38*	*71,3*	*60,2*	*25,5*	*24,7*

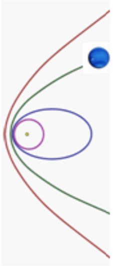
Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

- Trayectoria y órbita

Consideremos el campo gravitatorio creado por el Sol, las expresiones anteriores serán similares, sólo debemos tener en cuenta que la masa de nuestra estrella, M_S.

Las posibles trayectorias son las correspondientes a las cuatro cónicas: circunferencia, elipse, parábola e hipérbola. Las dos primeras son órbitas cerradas mientras que las dos últimas abiertas. Dicha trayectoria va a depender de la energía total que posea un cuerpo que esté bajo la acción de su campo gravitatorio.

$E_T = \frac{-G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r}$	→	Circunferencia
$\frac{-G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r} < E_T < 0$	→	Elipse
$E_T = 0$	→	Parábola
$E_T > 0$	→	Hipérbola



En el sistema solar, los planetas tienen órbitas elípticas de tal forma que al aumentar la masa, tiende a disminuir su excentricidad; los asteroides tienen trayectorias generalmente más elípticas que la mayoría de los planetas.

Los cometas de gran periodo tienen trayectorias muy elípticas. Los cometas de muy gran periodo tienen trayectorias a menudo indeterminadas; de hecho suelen ser muy sensibles a las perturbaciones gravitacionales, finalmente existen otros cometas de órbitas parabólicas que se aproximan al Sol una sola vez.

Los cuerpos con trayectoria hiperbólica no están atrapados por la gravedad del Sol y pueden escapar del Sistema Solar. Puesto que es bastante viejo, el número de cuerpos con trayectoria hiperbólica es muy pequeño: algunos fragmentos de roca desprendidos en las colisiones entre cuerpos del Sistema Solar y las sondas espaciales diseñadas para este propósito (por ejemplo los Pioneer o los Voyager de la NASA).