



14

Distancia a las estrellas

- 14.1 El método del paralaje
- 14.2 Paralaje espectroscópica
- 14.3 Variables cefeidas
- 14.4 Candelas estándar: Supernovas Ia
- 14.5 Trabajos escolares

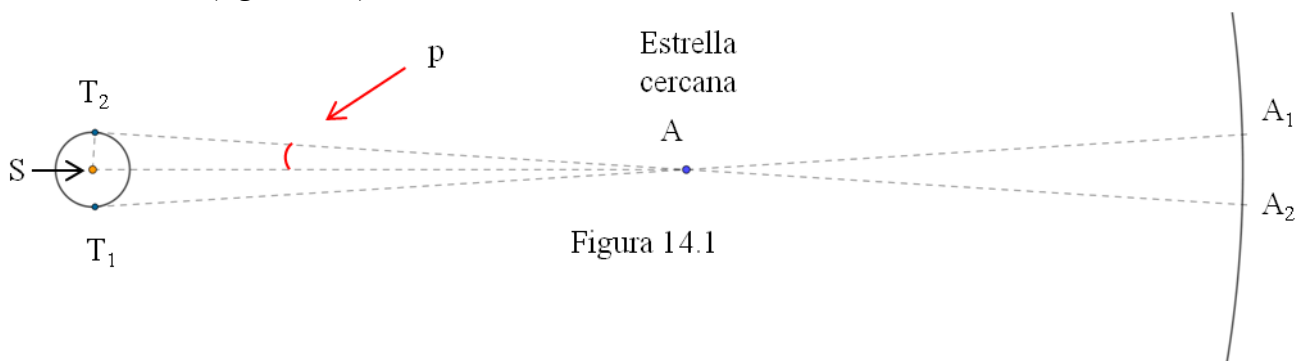
En comparación con la inmensidad del espacio, el sistema solar es un pequeñísimo y compacto conjunto de cuerpos celestes. Pero acostumbrados a considerar las distancias de nuestro propio planeta, creemos que el sistema solar es enorme. Y cuando hablamos de distancias aún mayores, los números en sí resultan demasiado grandes para comprenderlos con facilidad. Por esta razón los astrónomos han tenido que buscar otra unidad de longitud para utilizarla en lugar del metro o el kilómetro. Y la más útil que se ha encontrado hasta el momento ha sido la velocidad de la luz, que se desplaza a 300.000 km/s y recorre la distancia del Sol a la Tierra en poco más de ocho minutos, y del Sol a Plutón en cinco horas y media. Por ello decimos que el Sol está a unos 8 minutos-luz de la Tierra y que Plutón se encuentra a 5,5 horas-luz del Sol. La estrella más próxima al Sol está situada no a segundos, minutos y horas-luz del mismo, sino a una distancia de 4,5 años luz.

Colin A. Ronan, *Secretos del Cosmos*

¿Cómo averiguar la distancia a la que están las estrellas? Esta pregunta parecía casi imposible de contestar y encontrar su respuesta era imprescindible para intentar comprender cómo es el Universo. Los primeros intentos racionales para responderla se basaban en la comparación entre el brillo del Sol y el de alguna estrella. Si suponemos que Sirio es igual que el Sol, tiene que estar muy lejos para que la veamos como un simple punto de luz. Por este procedimiento sólo se consiguió hacer estimaciones muy poco exactas, que simplemente ponían de manifiesto la enormidad de esas distancias. Pero el ingenio de la especie humana es inagotable, y a partir del siglo XIX surgieron algunos métodos de medición bastante fiables.

14.1 EL MÉTODO DEL PARALAJE

Si extendemos un brazo y levantamos el pulgar, al guiñar alternativamente un ojo u otro veremos cómo nuestro pulgar parece desplazarse respecto al fondo de la habitación. Quizá guiñando el ojo derecho veamos el pulgar justo delante de una esquina de la puerta, pero al guiñar el izquierdo lo veremos ligeramente desplazado. Este efecto de perspectiva se conoce con el nombre de paralaje y también puede observarse en las estrellas. Como la Tierra gira alrededor del Sol en un año, nuestra posición, nuestro "ojo", no tiene una posición fija. El 1 de enero y el 1 de julio (seis meses después) la Tierra ocupa posiciones diametralmente opuestas en su órbita (figura 14.1)

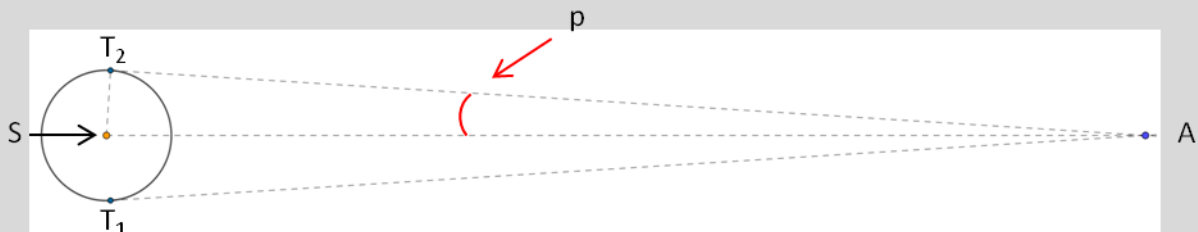


En esas dos fechas, una estrella cercana (A) se verá en posiciones diferentes con respecto al telón de fondo de las estrellas y constelaciones más alejadas. Mediante procedimientos complicados, los astrónomos han conseguido calcular el ángulo p (llamado paralaje de esa estrella); p es el ángulo con el que se vería el radio de la órbita terrestre desde esa estrella.

Como la distancia a las estrellas es enorme, estos ángulos, según se aprecia en la tabla siguiente, son siempre muy pequeños, del orden de fracciones de 1 segundo de arco, es decir, pequeñísimos. Hasta que los telescopios no fueron suficientemente potentes no se logró medir el paralaje de ninguna estrella. La primera vez que se consiguió fue en 1838, cuando el astrónomo alemán Friedrich Bessel consiguió medir el de la estrella 61 Cygni. Pero lo que nos importa es que ese ángulo sólo depende de la distancia, y viceversa: conociendo ese ángulo podemos calcular la distancia.

La unidad habitual para medir las distancias astronómicas es el año luz: la distancia que recorre la luz en un año. Para simplificar los cálculos, los astrónomos han ideado una nueva unidad de distancias: el **parsec** (pc). 1 parsec (abreviatura de paralaje segundo) es la distancia a la que tiene que estar una estrella para que su ángulo de paralaje sea $p = 1''$. La equivalencia entre ambas unidades es $1 \text{ pc} = 3,26 \text{ años luz}$.

Ampliación: cálculo trigonométrico de distancias por paralaje



La línea AT_2 es tangente a la órbita terrestre por lo que también es perpendicular al radio ST_2 y el triángulo ST_2A es un triángulo rectángulo ($T_2 = 90^\circ$).

Por tanto $\text{sen } p = ST_2/SA$

Si $p = 1'' \rightarrow \text{sen } 1'' = 150 \cdot 10^6 \text{ km} / SA \rightarrow SA = 150 \cdot 10^6 \text{ km} / \text{sen } 1''$

$SA = 1 \text{ pc}$ (por definición) $= 150 \cdot 10^6 \text{ km} / 0,00000485 = 3,09 \cdot 10^{13} \text{ km}$ (¡casi $31 \cdot 10^{12}$ de km!)

Como $1 \text{ año luz} = 300.000 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$

Resulta que $1 \text{ pc} = 3,09 \cdot 10^{13} \text{ km} / 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km} = 3,26 \text{ años luz}$

En esta tabla aparece el nombre de la estrella, su paralaje (p , en segundos de arco), su distancia (en parsecs) y su distancia (en años luz). Los huecos en los nombres de las estrellas quieren decir que no hay ninguna que esté exactamente a esa distancia.

Tabla de paralajes y distancias

Estrella	p (")	Distancia		Estrella	p (")	Distancia	
		pc	a.l.			pc	a.l.
	1	1	3,26		$0,1 = 1/10$	$10 = 1/0,1$	
α Centauri	0,77			Capella	0,07		
	$0,5 = 1/2$	$2 = 1/0,5$		Aldebarán	0,05		
Sirio	0,37			Achernar	0,028		
Proción	0,29			Spica	0,013		
	$0,25 = 1/4$	$4 = 1/0,25$			$0,01 = 1/100$	$100 = 1/0,01$	
Altair	0,2			Betelgeuse	0,006		
Vega	0,12						

Para estos ángulos tan pequeñísimos sí que se da una proporcionalidad precisa: si el ángulo es la mitad ($p = 1/2 = 0,5''$) entonces la distancia tiene que ser justo el doble, para $p = 1/3 = 0,333\dots''$ la estrella estará el triple de lejana, etc.

Ejercicio 14.1

- Completa la tercera columna (la correspondiente a las distancias en parsecs).
- Completa ahora (es más fácil) la última columna, las distancias en años luz. Recuerda que $1 \text{ parsec} = 3,26 \text{ años luz}$.

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

La medida de ángulos tan pequeños es muy difícil y los instrumentos y telescopios terrestres sólo permitían calcular con precisión las distancias, por el procedimiento del paralaje, hasta un límite máximo de unos 100 parsecs. Recientemente se ha producido un avance espectacular con la utilización de sondas espaciales (Hipparcos, Gaia, ambas de la Agencia Espacial Europea) en órbita más allá de la molesta atmósfera terrestre. La misión Gaia está permitiendo medir distancias por paralaje hasta unos 30.000 años luz de distancia.

Pero hay estrellas y galaxias mucho más lejos todavía cuya distancia sigue siendo imposible de medir por este procedimiento. La inventiva humana tuvo que buscar otros procedimientos, y encontró muchos más. Algunos de los más importantes son los que se describen a continuación.

14.2 PARALAJE ESPECTROSCÓPICA

La escala de magnitudes

Desde la Tierra las estrellas se ven con diferente brillo: las hay de 1ª magnitud, de 2ª, de 3ª, etc. Ésta es la **magnitud aparente (m)**. Hay algunas estrellas, como Capella, tan brillantes que su magnitud aparente es 0. Sirio, la más brillante del cielo terrestre, es de magnitud -1,5.



El primer astrónomo que asignó sistemáticamente valores numéricos a cada estrella en función de su brillo fue Claudio Ptolomeo (siglo II de nuestra era), en su gran obra *El Almagesto*, aunque se sospecha que esta clasificación pudo haber sido ideada anteriormente por Hiparco de Nicea (siglo II a.C.). Los libros VII y VIII del *Almagesto* contienen el primer catálogo estelar riguroso, de unas mil estrellas, y a cada una se le asigna una magnitud numérica, desde la 1 hasta la 6, sistema que se ha mantenido hasta la actualidad (¡desde hace casi 2.000 años!) y que seguimos utilizando aunque ampliándolo (con magnitudes negativas y mayores que 6) y ajustándolo a criterios

físicos más precisos que la mera percepción de nuestros ojos (figura 14.2).

¿Cuánto más brillante es una estrella de magnitud 1 que otra de magnitud 2? Se ha comprobado que cada salto de una magnitud corresponde a un aumento o disminución del brillo en un factor fijo. Para que se entienda: una estrella de magnitud 1 es f veces más luminosa que otra de magnitud 2. Pero una estrella de magnitud 2 también es f veces más luminosa que una de 3, etc. Y la de 1ª magnitud será por tanto $f \cdot f = f^2$ veces más brillante que una de 3ª. Esta tabla quizá sirva para ilustrarlo.

Magnitud	1	2	3	4	5	6
Brillo	$B \cdot f^5$	$B \cdot f^4$	$B \cdot f^3$	$B \cdot f^2$	$B \cdot f$	B

¿Y cuál es el valor de ese factor f que acaba de aparecer? En 1856 el astrónomo británico Norman Pogson formalizó el sistema definiendo que una estrella de primera magnitud es 100 veces más brillante que una de la sexta magnitud. Así que $f^5 = 100$, por lo que:

$$f = \sqrt[5]{100} \approx 2,512$$

Así Alkaid ($m = 2$) es 2,512 veces más brillante que la bella doble Albireo (β Cygni, $m = 3$), Spica ($m = 1$) será $2,512^3 \approx 16$ veces más brillante que una estrella de la 4ª magnitud, como Thuban (α Draconis, la que fue estrella polar en tiempos de los faraones egipcios) puesto que desde $m = 1$ hasta $m = 4$ hay un salto de 3 unidades.

Ejercicio 14.2

- a) ¿Cuántas veces es más brillante una estrella de 1ª magnitud que otra de 3ª? ¿Y una de 3ª que otra de 6ª?
- b) Suponiendo que la Luna llena es de magnitud -13 y el Sol -27 y, ¿cuántas veces es más brillante éste que aquella?

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Pero ¿por qué aparece tan brillante Sirio? ¿Porque es una estrella muy luminosa o porque está muy cerca de la Tierra? ¿Son todas las estrellas igual de luminosas y su brillo aparente sólo es efecto de su distancia?

Es lógico suponer que las estrellas no tienen por qué ser todas exactamente igual de potentes. Se sabe que, en efecto, las hay muy luminosas (mucho más que nuestro Sol) y otras, mucho menos potentes, que emiten al espacio bastante menos luz y calor que el Sol. Sirio aparece tan brillante porque está muy cerca de la Tierra, pero no es una estrella extraordinaria. En cambio Deneb, que parece menos brillante que Sirio, es más luminosa, más potente, pero está mucho más lejos.

Sería interesante conocer cuál es la luminosidad verdadera de las estrellas, su luminosidad o potencia intrínseca, que queda enmascarada por el efecto producido por su distancia a la Tierra. Por eso se define **magnitud absoluta (M)** como la magnitud aparente con la que observaríamos una estrella si estuviera situada a una distancia de 10 parsecs es decir 32,6 años luz. Pero, claro, no somos capaces de mover las estrellas a nuestro antojo y situarlas a esa distancia de 10 pc. ¿Qué podemos hacer?

Pues resulta que, en algunos casos, es posible averiguar directamente cuál es la magnitud absoluta de una estrella. Esto se consigue analizando la luz que nos llega de ella mediante instrumentos especiales, como el espectroscopio y utilizando diversos resultados teóricos de la Física estelar (tema 15). Conocida esta magnitud absoluta, así como la magnitud aparente (conocida para todas las estrellas), es posible deducir de estos dos datos cuál es la distancia a esa estrella. Así se dispone de otro método para calibrar las distancias.

Si quieres saber la relación matemática entre la magnitud absoluta y la relativa pulsa [aquí](#).

En la figura 14.3 hay una serie de líneas horizontales, otras verticales y otras oblicuas. El eje horizontal corresponde a las distancias, expresadas en años luz (en azul y con escala logarítmica). En el eje vertical está situada la magnitud aparente (abajo las estrellas menos brillantes, vistas desde la Tierra, y arriba las más brillantes, que tienen magnitud aparente negativa). Las líneas oblicuas (en rojo) señalan la magnitud absoluta.

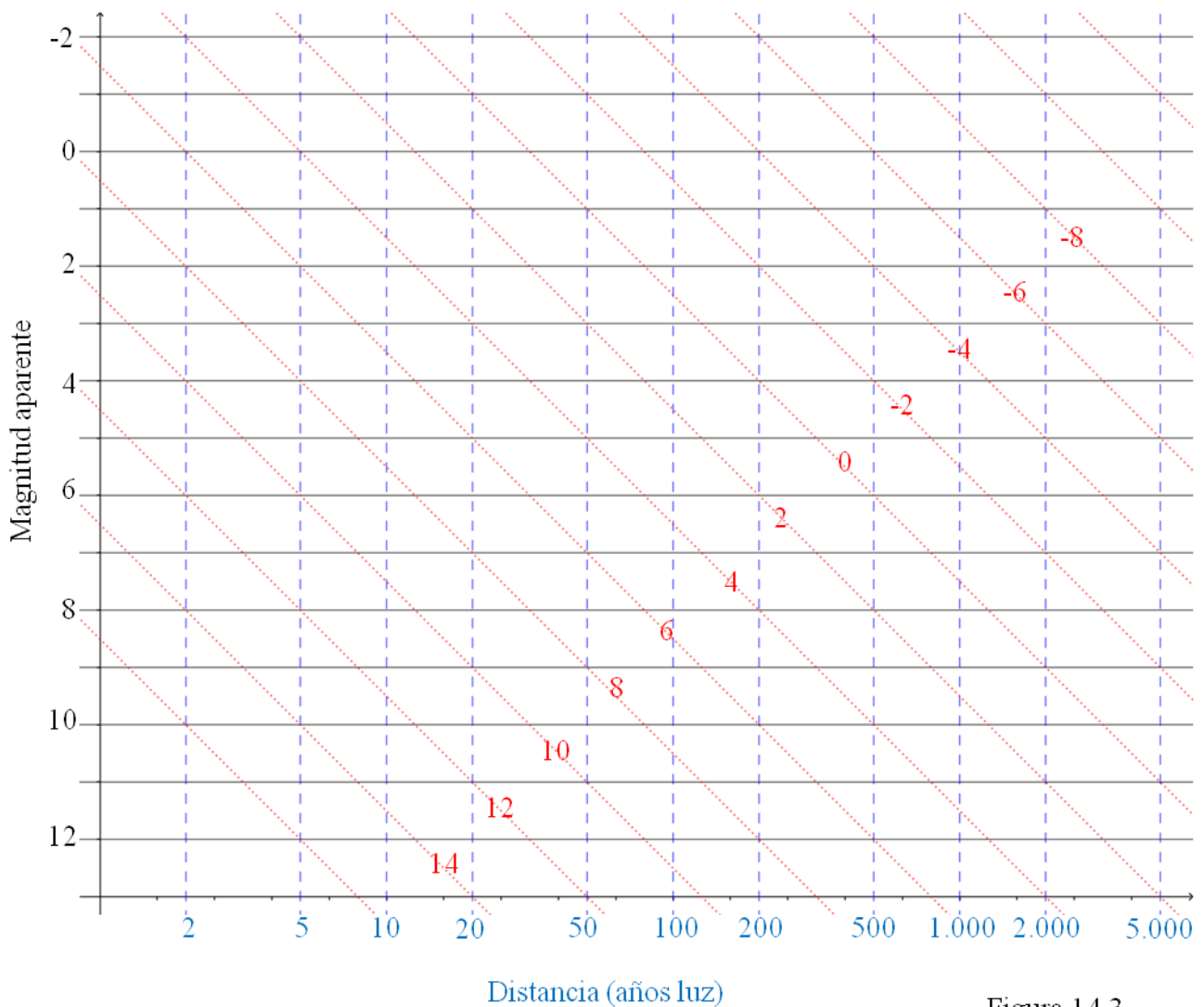


Figura 14.3

Conociendo la magnitud aparente y la distancia de una estrella, podemos marcar un punto en la figura 14.3 que señale la posición de la misma. Para averiguar su magnitud absoluta tenemos que localizar cuál es la línea oblicua que queda más cerca de esa estrella. Sirio, por ejemplo, tiene una magnitud aparente de -1,5, así que está en una línea horizontal intermedia entre -1 y -2, en la parte más alta de la lámina. Su distancia es de 8,8 años luz por lo que estará en una línea vertical un poco a la izquierda de la correspondiente a 10 años luz. El punto resultante está entre la línea oblicua señalada con un 0 y la de 2, más cerca de esta última. Eso quiere decir que la magnitud absoluta de Sirio es aproximadamente 1,3, es decir, que se trata de una estrella "sólo" de 1ª magnitud que percibimos con mayor brillo del que le corresponde a causa de su proximidad a nosotros.

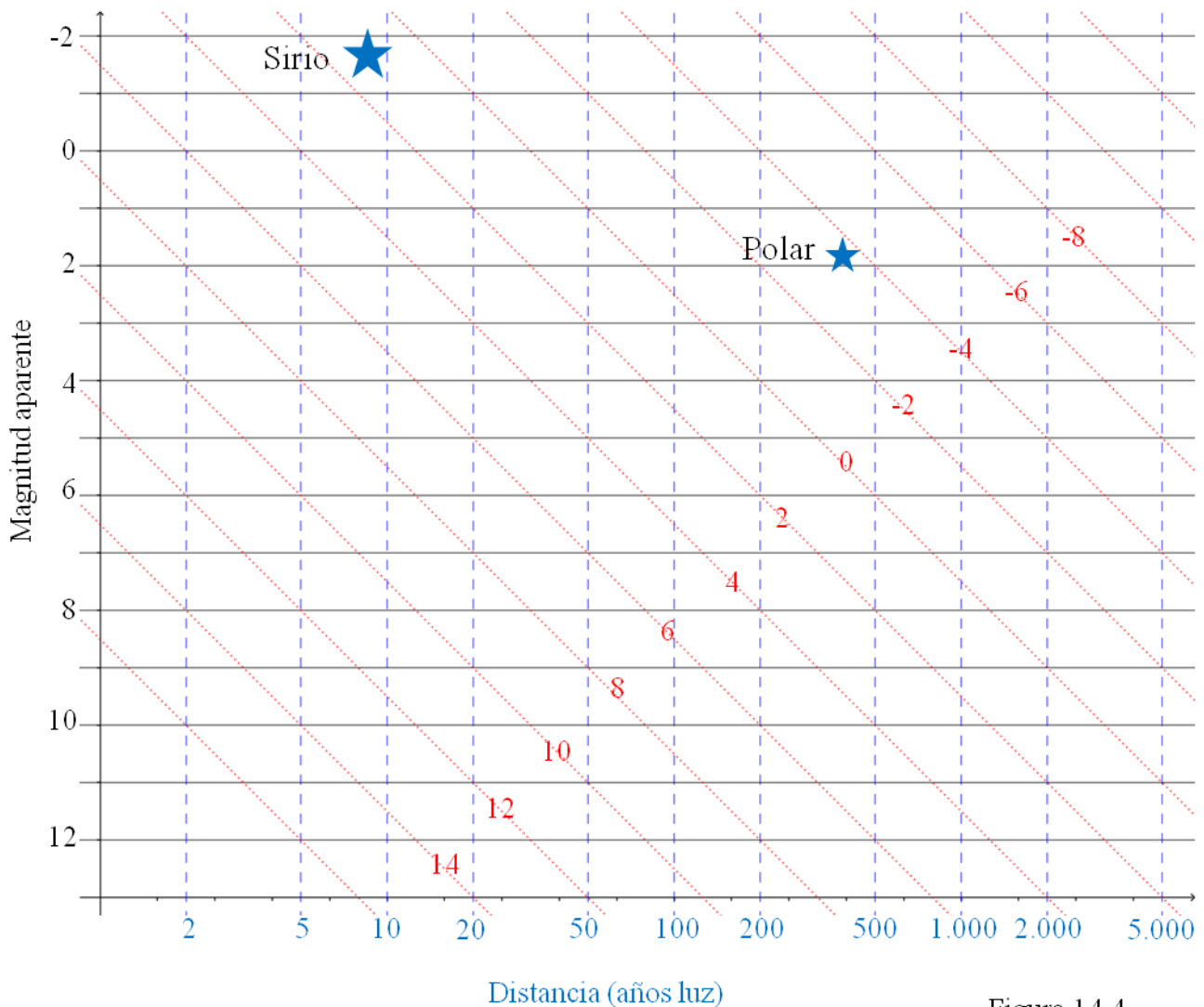


Figura 14.4

Y lo que nos interesa ahora es el proceso inverso: si conocemos de una estrella sus magnitudes aparente (m) y absoluta (M) también podremos situar esa estrella en el diagrama y obtener de él su distancia. Por ejemplo, la estrella Polar tiene $m = 1,95$ y se ha podido determinar a partir de su espectro que tiene una $M = -3,66$. La situamos en el diagrama (figura 14.4) y vemos que su distancia debe ser de unos 425 años luz.

Ejercicio 14.3

Utilizando la figura 14.3, completa la tabla que relaciona magnitudes aparentes, absolutas y distancias.

Estrella	m	Distancia (a.l.)	M	Estrella	m	Distancia (a.l.)	M
Sirio	-1,5	8,8		Deneb	1,2		-7
Arturo	0,15	37		Regulus	1,3		-0,6
Vega	0	25		Sirio B	8,4	8,8	
Rigel	0,15	863		Procion B	10,8	11,4	
Antares	1	554		Barnard	9,5	6	
Spica	1	250		61 Cygni	5,2	11,4	
Aldebarán	0,85	67		Castor	2		1
Pollux	1,15	34		Alkaid	1,85		-0,7
Capella	0		-0,6	Rasalhague	2		1,3
Altair	0,75		2,2	η Casiopea	3,5		4,6

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Ejercicio 14.4

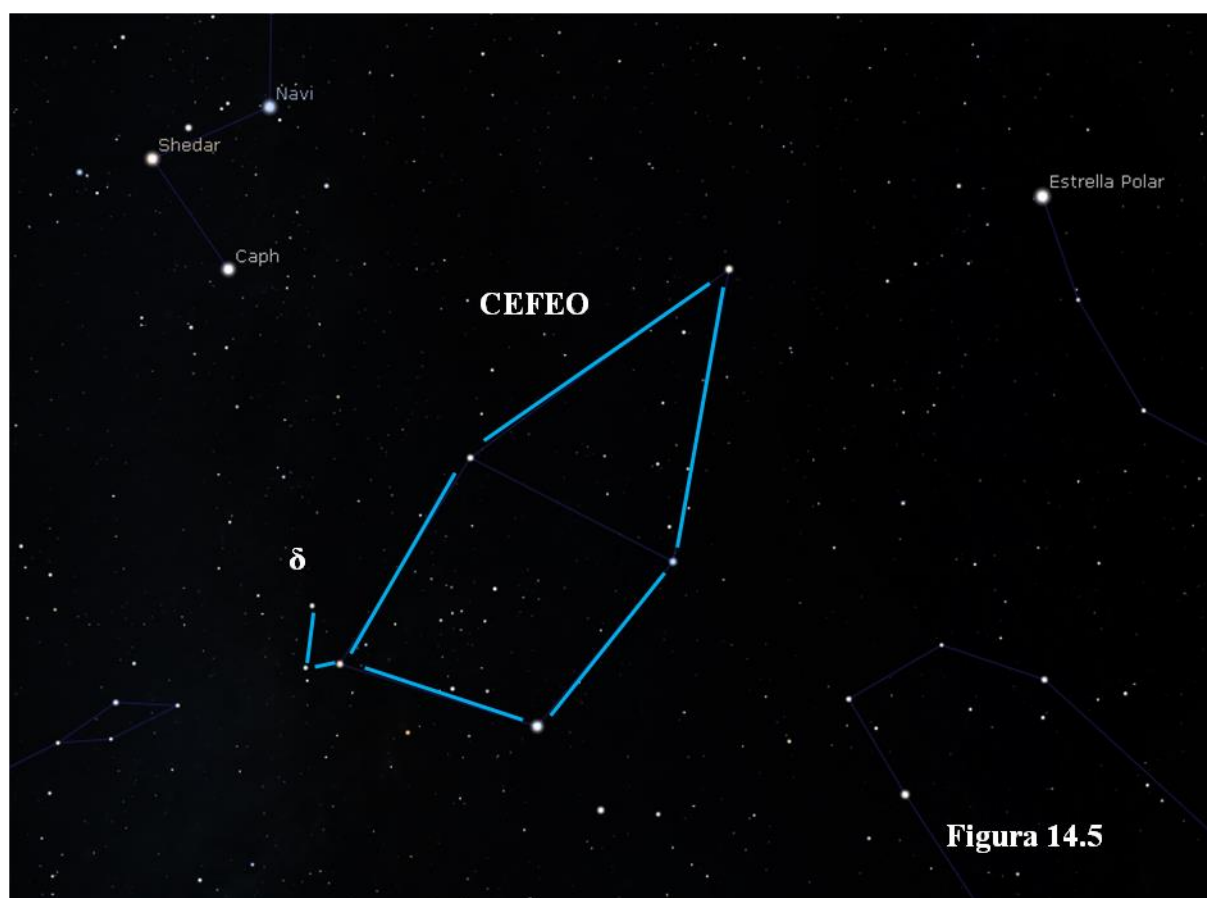
Utilizando la expresión final que aparece en la ampliación citada, revisa tus resultados del ejercicio 14.3

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

14.3 VARIABLES CEFÉIDAS

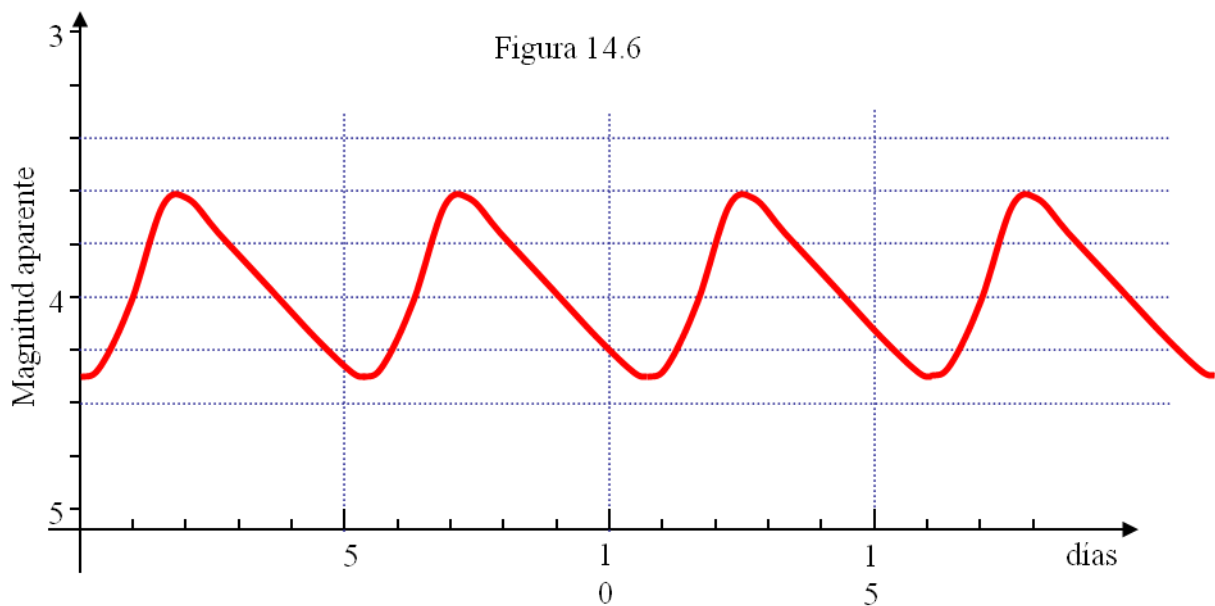
Algunas estrellas no tienen un brillo fijo y constante, sino que a veces parecen brillar más y a veces menos. Se llaman, muy adecuadamente, **estrellas variables**. Una de las más conocidas es Algol (β Persei), que oscila periódicamente entre la 2ª y la 3ª magnitud en unos tres días. Otra famosa estrella variable es Mira (en la constelación de Cetus, la Ballena) que desciende desde la 2ª magnitud ¡hasta la 10ª!, pero muy despacio, en algo menos de un año.

Las estrellas variables se clasifican en diversos grupos, en función de cuál sea la causa de su variación. El grupo más interesante para el cálculo de distancias es el de las **variables cefeidas**, llamadas así porque su estrella tipo es la δ de la constelación de Cefeo, situada muy cerca de la esquina de esta constelación que está más lejos de la Polar (figura 14.5).



Todas las cefeidas tienen un brillo variable que oscila entre un mínimo y un máximo en unos cuantos días. En la lección 15 se explica la causa de esta variación. Si se confecciona una gráfica situando en el eje OX el tiempo, en días, y en el eje OY la magnitud aparente, se obtiene la **curva de luz** de esa estrella.

En la figura 14.6 aparece la curva de luz de δ Cephei. La distancia entre un mínimo y el siguiente (o entre un máximo y el siguiente) es el período de esa estrella.



Ejercicio 14.5

Observando la curva de luz de δ Cephei, averigua cuál es su período. ¿Cuál es su magnitud en el máximo de su brillo? ¿Y su magnitud en el mínimo? ¿Cuál es su magnitud media?

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

En Astronomía, como en cualquier otra ciencia, es necesario recoger y organizar gran cantidad de datos para estudiar si podemos obtener de ellos alguna información interesante, para intentar reconocer pautas, regularidades y coincidencias que permitan obtener leyes y fórmulas que nos ayuden a comprender cómo funciona la Naturaleza. Esto fue lo que hizo, a principios del siglo XX, la norteamericana Henrietta S. Leawit, quien descubrió así una ley que ha resultado ser fundamental para el cálculo de distancias en el Universo. La siguiente actividad reproduce, muy simplificada, sus investigaciones.

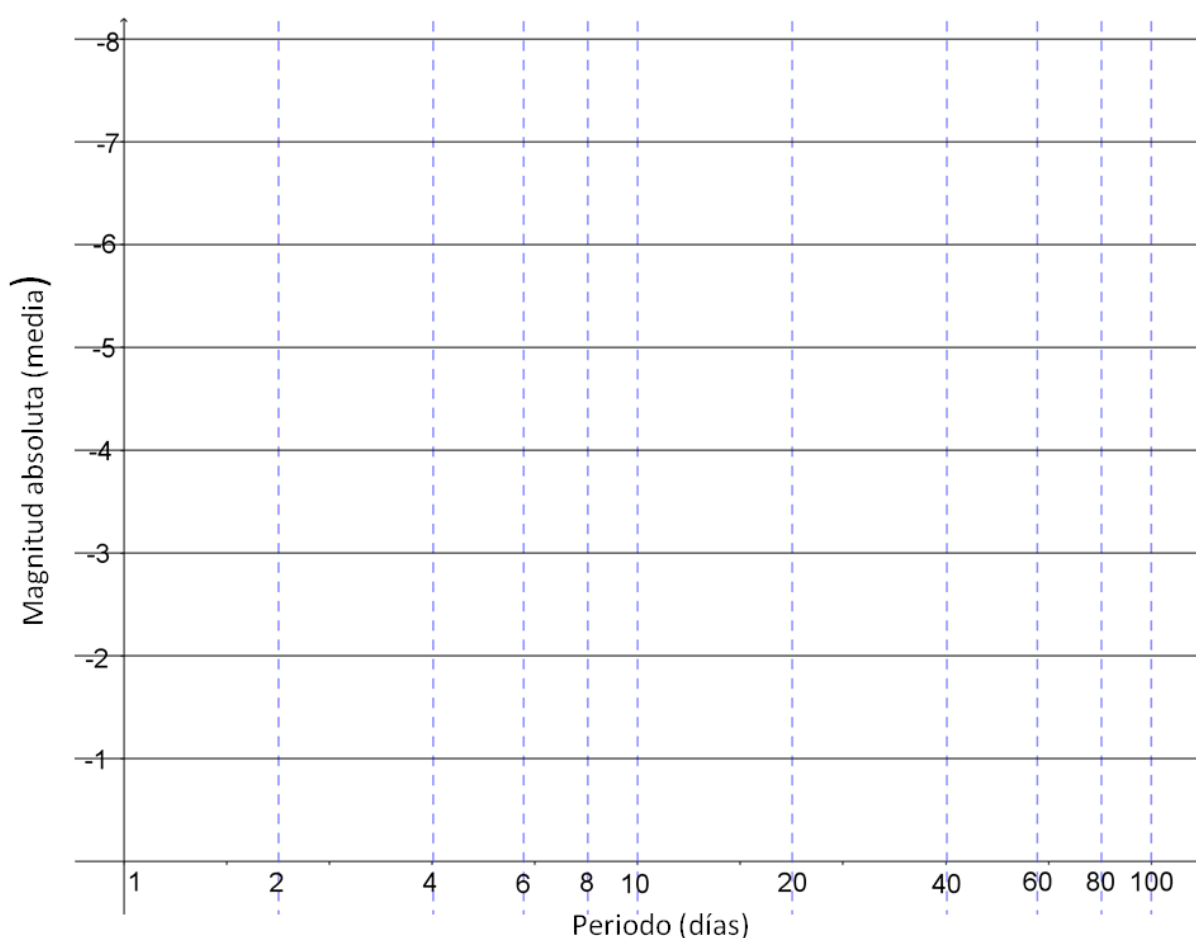
Ejercicio 14.6

En la tabla inferior se recogen los datos (período y magnitud absoluta media) de cinco cefeidas. En la figura hay unos ejes de coordenadas. El horizontal corresponde al tiempo (en días, con escala logarítmica) y el vertical a la magnitud absoluta media.

a) Señala un punto para cada una de las estrellas de la tabla.

b) Posteriormente une los cinco puntos obtenidos mediante una línea.

Periodo (días)	5,4	10	22,4	31,6	79,4
M absoluta (media)	- 3,4	- 4	- 4,9	- 5,3	- 6,2



Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Ejercicio 14.7

Para resolver este ejercicio necesitas la solución del anterior. Consúltala si fuera necesario. Si observando una cefeida llegamos a la conclusión de que su período es de 50 días, ¿puedes averiguar, con ayuda de esa línea que acabas de trazar en la figura del ejercicio anterior, cuál es su magnitud absoluta media?, ¿y para una cefeida cuyo período es de 15 días?

Haz clic [aquí](#) para ver la solución

En realidad, lo que observó Henrietta S. Leavitt fue una relación entre el periodo y la magnitud aparente de 25 cefeidas situadas en la Pequeña Nube de Magallanes. Pero al estar todas ellas dentro de dicha nube, supuso correctamente que sus distancias eran aproximadamente iguales y dedujo que la relación descubierta era entre el periodo y la magnitud absoluta.

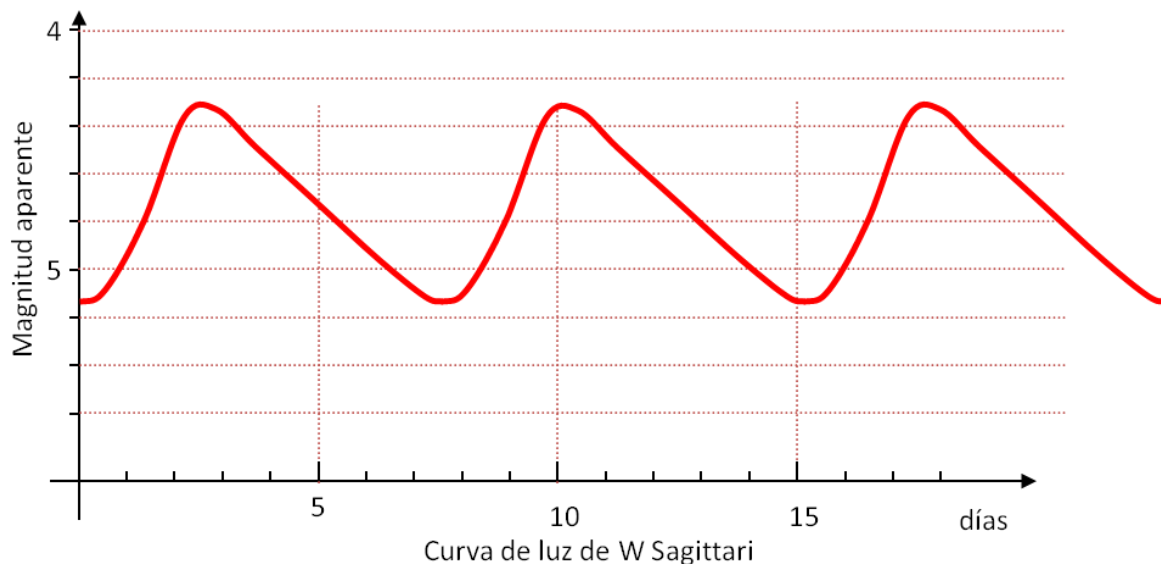
Para poder utilizar este hecho en otras regiones del cielo hacía falta calibrar esa relación encontrando (por paralaje) las distancias a algunas cefeidas próximas para poder así calcular su magnitud absoluta y obtener la formulación final que relaciona el periodo con la magnitud absoluta. El primero en hacerlo fue Ejnar Herzprung (uno de los creadores del diagrama HR, ver lección 15) y posteriormente ha sido verificada y ajustada con buena precisión.

Así que, a partir del período de una cefeida podemos deducir cuál es su magnitud absoluta media. El período se puede averiguar observando esa estrella de manera continua y trazando su curva de luz. Por tanto no es muy difícil hacerlo y llegar a conocer la magnitud absoluta de esa estrella. Pero su observación también nos permite saber cuál es su magnitud aparente. Y si sabemos la magnitud absoluta y la aparente podremos, ¡por fin!, hallar la distancia a la que está esa estrella. Esto es lo que vas a hacer a continuación.

Ejercicio 14.8

La figura inferior muestra la curva de luz de otra cefeida, la W de la constelación de Sagitario (W Sagittari). A partir de esta curva de luz calcula:

- La magnitud aparente media de W Sagittari
- Su período en días.
- Conocido su período y utilizando la tabla del ejercicio 14.6, determina su magnitud absoluta media.
- Conocidas sus magnitudes medias aparente y absoluta, y con ayuda de la figura 14.3, averigua la distancia de W Sagittari a la Tierra.



Haz clic [aquí](#) para ver la solución

Como las cefeidas son muy luminosas este método para averiguar la distancia a una estrella se puede aplicar con éxito hasta una distancia de unos 100 millones de años luz, con lo que es posible detectarlas en galaxias no muy lejanas y determinar así su distancia (ver tema 18).

14.4 CANDELAS ESTÁNDAR: SUPERNOVAS Ia

Uno de los principales problemas del método de las Cefeidas es que no se puede aplicar para medir distancias a galaxias lejanas, ya que no es posible observar estrellas individuales más que en las relativamente próximas.

Afortunadamente el ingenio de los astrónomos encontró otro método para ello: las supernovas de tipo Ia. Estas supernovas (ver tema 15) son explosiones que se producen en sistemas binarios formados por una enana blanca y otra estrella A lo largo de

la evolución del sistema llega un momento en el que la enana blanca comienza a absorber masa de su compañera y va “engordando” poco a poco (figura 14.7), pero justo cuando alcanza el límite de Chandrasekhar (de 1,44 masas solares) su estabilidad desaparece de golpe y entonces la estrella colapsa brutalmente y explota con extraordinaria violencia en forma de supernova pudiendo hacerse durante unos pocos días tan brillante o más que toda la galaxia en la que esté situada para luego irse desvaneciendo.

Lo importante es que todas estas explosiones son exactamente iguales, de la misma potencia, puesto que siempre se producen en estrellas del mismo tipo y con la misma masa, por lo que su luminosidad intrínseca, es decir, su magnitud absoluta es la misma: $M = -19,3$; por eso se las llama “candelas estándar”. Su enorme luminosidad permite detectarlas a distancias muy, muy grandes (hasta unos 2.000 millones de años luz). Además, este tipo de supernovas produce una curva de luz muy característica y por ello son fácilmente identificables.

En 2011 ocurrió una explosión de este tipo en la galaxia M 101, en la constelación de la Osa Mayor, no muy lejos de Alkaid. La figura 14.8 muestra su curva de luz.



Figura 14.7

<https://astroaficion.com/wp-content/uploads/2019/02/supernova-Ia-1024x576.jpg>

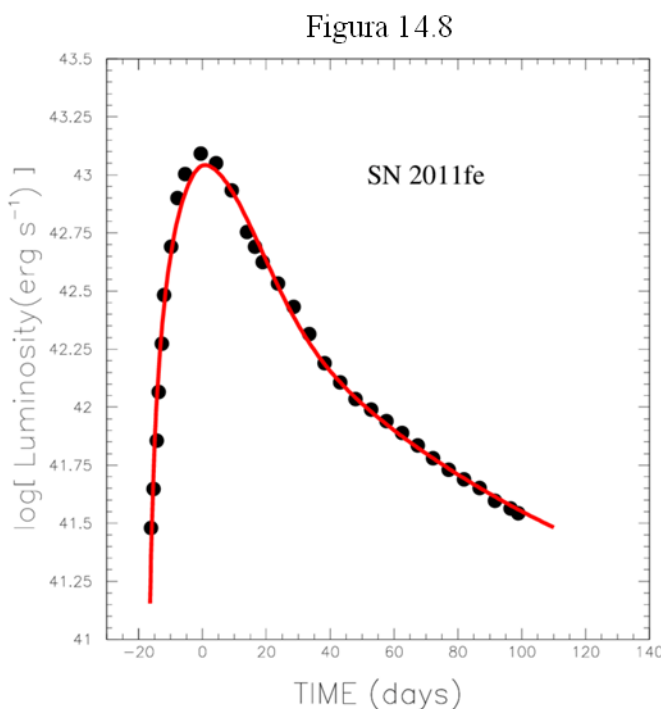


Figura 14.8

https://www.researchgate.net/profile/Arnon_Dar/publication/234119705/figure/fig4/AS:667050305409040@1536048594487/Comparison-between-the-bolometric-light-curve-of-SN-2011fe-Munari-et-al-2012-and-that.png

En las fotografías siguientes (figuras 14.9 A y B) se puede ver, a la izquierda (A), una imagen “normal” de dicha galaxia y a la derecha (B) se hace presente claramente esa supernova, bautizada como SN 2011fe. Su magnitud aparente máxima (en el pico de la curva de luz) fue nada menos que $m = 9,73$ (toda la galaxia M 101 tiene una $m = 7,86$).

Conociendo $M = -19,3$ y $m = 9,73$ podemos averiguar su distancia: $D = 6,4 \text{ Mpc} = 21$ millones de años luz. Como esa supernova estaba dentro de la galaxia M 101, podemos concluir que la distancia de esa galaxia a la Tierra es de unos 21 millones de años luz.

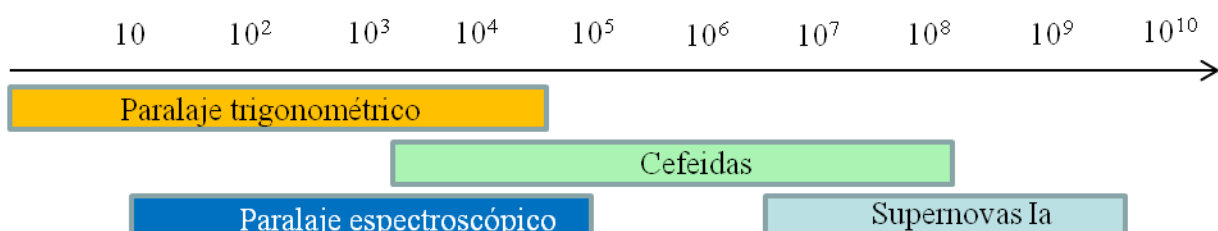


<https://newscenter.lbl.gov/wp-content/uploads/sites/2/2011/12/SN2011fe-in-Pinwheel.jpg>

Como hemos ido viendo los astrónomos utilizan muy diversas técnicas (solo hemos expuesto las más importantes) para hallar las distancias en el Universo, cada una con un rango de distancias en el que es aplicable, de forma que muchas de ellas se solapan y pueden así contrastarse con las medidas halladas de otra manera (figura 14.10).

Figura 14.10

Distancia en años luz



14.5 TRABAJOS ESCOLARES

Maqueta de una constelación

Puedes construir una maqueta que represente la posición real de las estrellas de una constelación, como la de Orión.

La base puede ser una plancha de aglomerado de 19 mm de grosor, 30 cm de anchura y 75 cm de longitud. Para los paneles verticales puedes utilizar contrachapado (de 5 mm de grosor, 30 cm de ancho y 30 cm de alto).

Haz un agujero de unos 2 cm de diámetro en el centro del panel vertical delantero, el cual servirá como punto de mira.

En el panel vertical del fondo pega un dibujo de la constelación (como el que hiciste en el tema 2, pero más grande) y dibuja líneas rectas verticales desde cada estrella del dibujo hasta abajo. Une los puntos extremos de esas verticales con el centro del lado delantero de la base (justo debajo del punto de mira).

Sobre cada una de esas líneas horizontales mide, a escala, la distancia que le corresponde a esa estrella y haz una señal. En cada señal clava en vertical una varilla muy fina y coloca en ella una bolita de plastilina. Hay que hacerlo de forma que cada bolita se vea en su sitio cuando se observa a través del punto de mira. Las bolitas de plastilina deben ser más grandes o más pequeñas de forma que se vean, a través del punto de mira, con la magnitud adecuada.

De este modo puedes apreciar que las figuras tan conocidas de las constelaciones sólo las vemos así desde la Tierra, desde el punto de mira. Si observas la maqueta desde cualquier otra posición verás una figura completamente diferente a la familiar de Orión (o de la constelación que hayas elegido). Los supuestos habitantes de algún planeta lejano no reconocerían nuestras constelaciones sino que, seguramente, habrían organizado el cielo según su punto de vista.

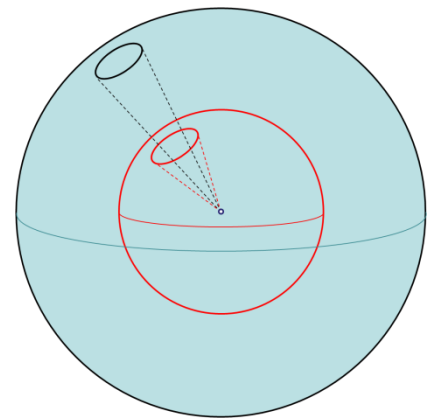


Relación matemática entre magnitud aparente, distancia y magnitud absoluta

La distancia y el brillo aparente

Imaginemos un foco puntual de luz a 1 m de nosotros. Podemos pensar que su luz se desparra por toda una superficie esférica de 1 m de radio y nosotros interceptamos unos pocos fotones, los que lleguen a nuestro ojo. El área de esa superficie esférica se calcula con la fórmula $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 1^2 = 12,566 \text{ m}^2$. Si suponemos que nuestro foco luminoso emite 1.000 fotones por segundo, entonces, a esa distancia de 1 m, esos 1.000 fotones tienen que repartirse entre $12,566 \text{ m}^2$ y “tocan” a razón de $1.000/12,566 = 80 \text{ fotones / m}^2$.

Alejemos ahora ese foco al doble de distancia, a 2 m. Entonces su emisión tendrá que repartirse por una superficie esférica de 2 m de radio. Es una esfera el doble de grande, pero su superficie mide $4 \cdot \pi \cdot 2^2 = 4 \cdot \pi \cdot 4 \approx 50,27 \text{ m}^2$ que no es el doble, sino cuatro veces (puesto que $2^2 = 4$). Los 1.000 fotones tienen ahora que cubrir $50,27 \text{ m}^2$ y tocan solo a $1.000/50,27 = 20 \text{ fotones/m}^2$. Lo vamos a ver 4 veces más débil, 4 veces menos luminoso.



El brillo final (a 2 metros) es $B' = 1/4$ del brillo inicial B (a 1 metro). Por eso diremos que la variación en el brillo ha sido $\Delta B = 1/4 = 0,25$.

Si lo alejamos a 3 m, el radio es triple, pero la superficie, puesto que es proporcional al radio al cuadrado, ha aumentado $3^2 = 9$ y el foco se nos aparecería como veces 9 más débil. Ahora $B' = 1/9 \cdot B$ y la variación en el brillo ha sido en un factor $\Delta B = 1/9 \approx 0,11$. Y si lo pusiéramos a 4,5 m pues lo veríamos $4,5^2 \approx 20$ veces menos luminoso (es decir $\Delta B = 1/20 = 0,05$ de su brillo inicial).

Y si lo acercáramos, todo es prácticamente igual salvo que en este caso su brillo aparente aumentaría. A 0,5 m (la mitad de distancia) lo veríamos 4 veces más destacado: la superficie esférica ahora es más pequeña en un factor $0,5^2 = 0,25 = 1/4$ por lo que ahora los 1.000 fotones que emite nuestro foco por segundo tienen que repartirse en una superficie 4 veces menor y resultará una densidad 4 veces mayor, $320 \text{ fotones / m}^2$. El brillo aparente ahora será $B' = 4 \cdot B$ y diremos que $\Delta B = 4$.

Y si lo acercáramos hasta 0,37 m, los cálculos que hay que hacer son:
 $0,37^2 \approx 0,1369 \rightarrow \Delta B = 1 / 0,1369 \approx 7,3$ veces el brillo inicial.

En general si tenemos un foco de luz a una distancia d y lo movemos hasta otra distancia d' el radio de la superficie esférica entre el foco y nuestro ojo se va a multiplicar por un factor que es d'/d , pero su superficie se va a multiplicar por ese factor al cuadrado $(d'/d)^2$ y por consiguiente nosotros veremos ahora ese mismo punto luminoso con un brillo que será $1 / (d'/d)^2$ veces el anterior: $\Delta B = 1 / (d'/d)^2$, fórmula que podemos simplificar $\Delta B = (d/d')^2$. Si alejamos el foco, es decir si $d' > d \rightarrow \Delta B < 1$ y el objeto pasa a verse más débil. En cambio si $d' < d$ (lo acercamos) entonces $\Delta B > 1$ y nos parecerá más brillante.

La formulación final

Supongamos una estrella de magnitud aparente m situada a una distancia de D pc de la Tierra. Si la movemos (imaginariamente, claro) hasta situarla a 10 pc su brillo aparente, tal y como acabamos de explicar, se verá multiplicado por un factor $\Delta B = 1 / (10/D)^2 = (D/10)^2$.

Por ejemplo, Aldebarán tiene una $D = 20$ pc. Si estuviera solo a 10 su brillo aparente se vería multiplicado por un factor $\Delta B = 4$, ya que $\Delta B = (20/10)^2 = 4$. Cuatro veces más brillante, ¿qué cambio supone en cuanto a magnitud? Hemos visto que un cambio en el brillo de un factor de $f = \sqrt[5]{100} \approx 2,512$ supone un cambio en la magnitud de una unidad, un cambio de $f^2 \approx 6,3$ supone un cambio en la magnitud de 2 unidades, de $f^3 \approx 16$ un cambio de 3 unidades, etc. El cambio de magnitud correspondiente a un cambio en el brillo por un factor de 4 será un número Δm que cumpla que $f^{\Delta m} = 4$

Tomando logaritmos $\rightarrow \log f^{\Delta m} = \log 4 \rightarrow \Delta m \cdot \log f = \log 4 \rightarrow \Delta m = \log 4 / \log f$

Pero $\log f = \log \sqrt[5]{100} = 1/5 \cdot \log 100 = 1/5 \cdot 2 = 2/5 = 0,4$

Así que $\Delta m = \log 4 / 0,4 = 0,6 / 0,4 = 1,5$

Aldebarán, al situarla a 10 pc se vería con una magnitud 1,5 unidades más brillante que a su distancia real. Es decir su magnitud absoluta será 1,5 unidades más brillante que su magnitud aparente: la magnitud aparente, m , es 0,85, así tendremos que restarle 1,5 y obtenemos que la magnitud absoluta es $M = 0,85 - 1,5 = -0,65$.

Por el contrario, para Sirio, que está a 8,8 años luz, resulta ser $D = 8,8 / 3,26 = 2,7$ pc. El brillo aparente de Sirio, al alejarla de 2,7 pc a 10 pc, se verá reducido. ¿En qué factor?

$\Delta B = (D/10)^2 = (2,7 / 10)^2 = 0,27^2 = 0,073$, se queda solo en el 0,073 del que tenía (un 7,3%).

Veamos ahora ese cambio en el brillo cuántas unidades de magnitud suponen.

Δm : tendrá que cumplir que $f^{\Delta m} = \Delta B = 0,073$

Tomando logaritmos:

$$\Delta m \cdot \log f = \log 0,073 \rightarrow \Delta m \cdot 0,4 = -1,14 \rightarrow \Delta m = -1,14 / 0,4 = -2,84$$

Sirio se verá 2,84 magnitudes menos brillante, así que a su magnitud aparente habrá que sumarle 2,84 unidades.

Como su magnitud aparente es $m = -1,5 \rightarrow M = -1,5 + 2,84 = 1,35$.

De nuevo ha habido que cambiarle el signo a Δm .

Para cualquier estrella será siempre $M = m - \Delta m$.

En general, al mover una estrella desde su distancia real D (en pc) hasta situarla a 10 pc su brillo se multiplica por un factor $\Delta B = (D/10)^2$.

El cambio en la magnitud aparente provocado por ese movimiento será un número Δm tal que

$$f^{\Delta m} = (D/10)^2$$

Tomando logaritmos y simplificando

$$\log f^{\Delta m} = \log (D/10)^2 \rightarrow \Delta m \cdot \log f = 2 \cdot \log (D/10) \rightarrow \Delta m \cdot 2/5 = 2 \cdot (\log D - \log 10)$$

$$\Delta m = 5/2 \cdot 2 \cdot (\log D - 1) = 5 \cdot (\log D - 1) = 5 \cdot \log D - 5$$

$$\text{Como } M = m - \Delta m \rightarrow \mathbf{M = m - 5 \cdot \log D + 5}$$

Que es la fórmula final y general que permite calcular la magnitud absoluta M de una estrella conociendo la aparente m y la distancia D expresada en pc.

Si lo que nos interesa es calcular la distancia D a partir de m y M , no hay más que despejar D en la fórmula anterior:

$$5 \cdot \log D = 5 + m - M \rightarrow \log D = \frac{5+m-M}{5} = 1 + \frac{m-M}{5} \rightarrow \mathbf{D = 10^{1+\frac{m-M}{5}}}$$

Ejercicio 14.1

Estrella	p (")	Distancia		Estrella	p (")	Distancia	
		pc	a.l.			Pc	a.l.
	1	1	3,26		$0,1 = 1/10$	$10 = 1/0,1$	33
α Cen	0,77	1,3	4,24	Capella	0,07	14,3	47
	$0,5 = 1/2$	$2 = 1/0,5$	6,5	Aldebarán	0,05	20	65
Sirio	0,37	2,7	9	Achernar	0,028	35,7	116
Proción	0,29	3,45	11	Spica	0,013	77	251
	$0,25 = 1/4$	$4 = 1/0,25$			$0,01 = 1/100$	$100 = 1/0,01$	326
Altair	0,2	5	16	Betelgeuse	0,006	166,7	543
Vega	0,12	8,3	27				

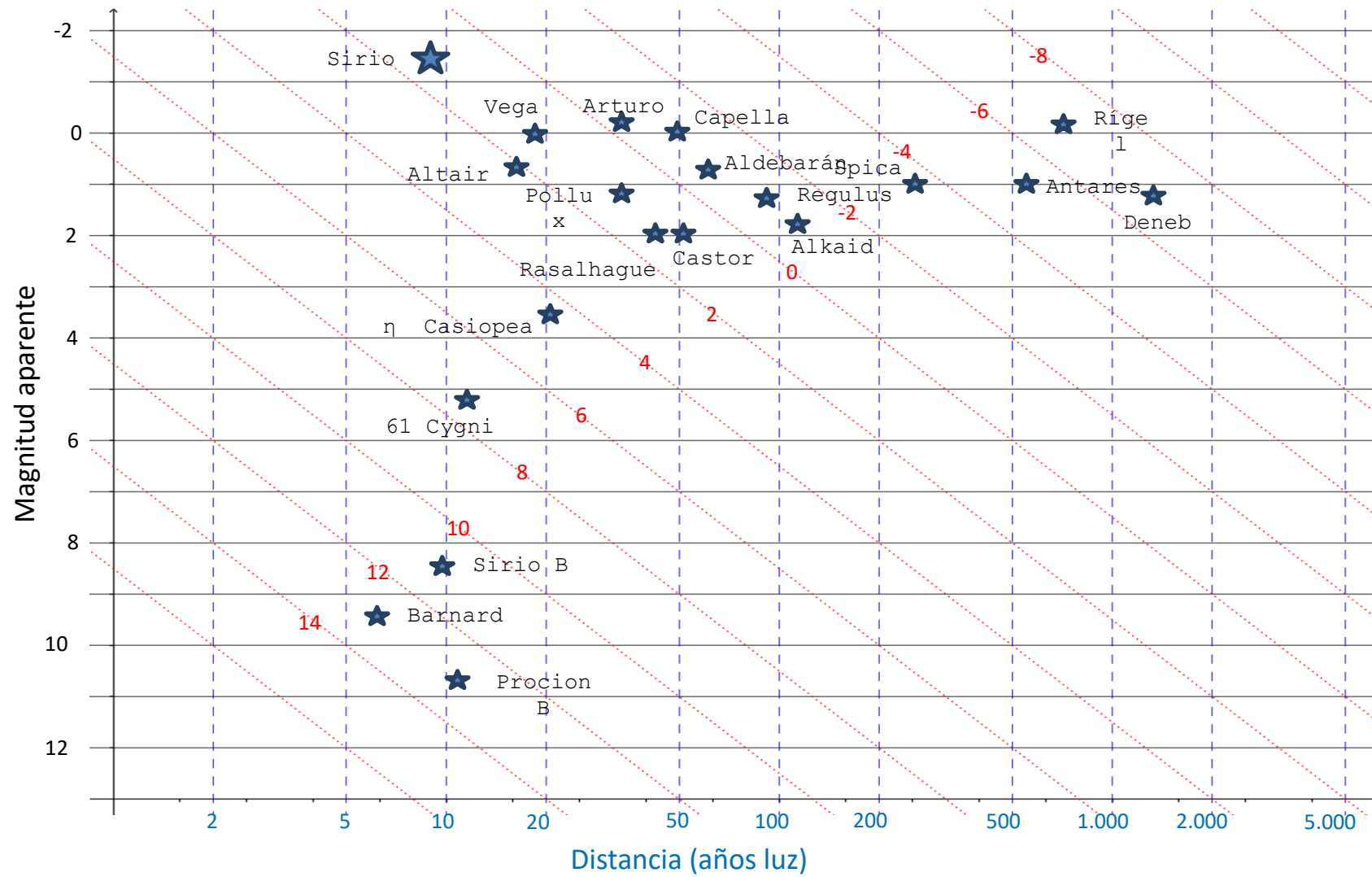
Ejercicio 14.2

- a) Entre $m = 1$ y $m = 3$ hay un salto de 2 magnitudes por lo que la de 1ª magnitud será aparentemente $2,512^2 \approx 6,3$ veces más brillante que la de $m = 3$.
Y la de 3ª magnitud tendrá un brillo $2,512^3 \approx 15,85$ veces superior que la de $m = 6$.
- b) El Sol es 14 magnitudes más brillante que la Luna llena, luego lo vemos brillar como $2,512^{14} \approx 398.000$ lunas llenas

Ejercicio 14.3. (solución numérica)

Estrella	m	Distancia (a.l.)	M	Estrella	m	Distancia (a.l.)	M
Sirio	-1,5	8,8	1,3	Deneb	1,2	1.400	-7
Arturo	0,15	37	-0,1	Regulus	1,3	78	-0,6
Vega	0	25	0,6	Sirio B	8,4	8,8	11
Rigel	0,15	863	-7	Procion B	10,8	11,4	13
Antares	1	554	-5	Barnard	9,5	6	13
Spica	1	250	-3,5	61 Cygni	5,2	11,4	7,5
Aldebarán	0,85	67	-0,7	Castor	2	50	1
Pollux	1,15	34	1	Alkaid	1,85	105	-0,7
Capella	0	43	-0,6	Rasalhague	2	45	1,3
Altair	0,75	17	2,2	η Casiopea	3,5	20	4,6

Ejercicio 14.3. (solución gráfica)



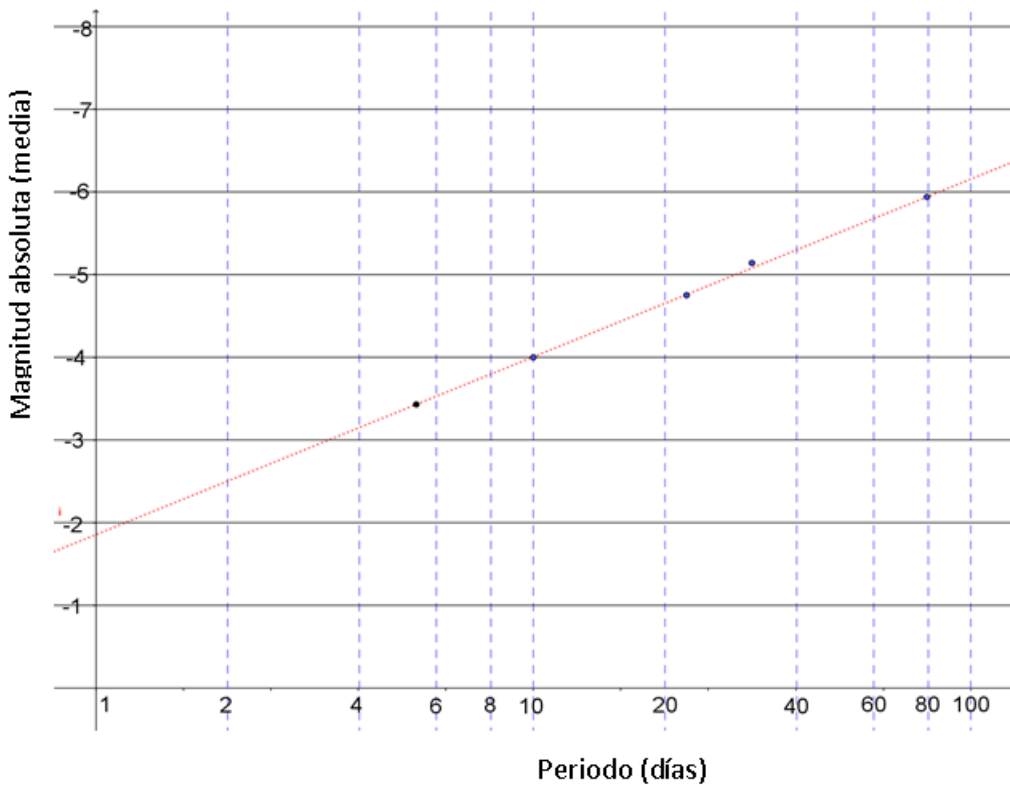
Ejercicio 14.4

Estrella	m	Distancia (a.l.)	M	Estrella	m	Distancia (a.l.)	M
Sirio	-1,5	8,8	1,34	Deneb	1,2	1.423	-7
Arturo	0,15	37	-0,12	Regulus	1,3	78,2	-0,6
Vega	0	25	0,58	Sirio B	8,4	8,8	11,24
Rigel	0,15	863	-6,96	Procion B	10,8	11,4	13,08
Antares	1	554	-5,15	Barnard	9,5	6	13,18
Spica	1	250	-3,42	61 Cygni	5,2	11,4	7,48
Aldebarán	0,85	67	-0,71	Castor	2	51,7	1
Pollux	1,15	34	1,06	Alkaid	1,85	105,5	-0,7
Capella	0	43	-0,6	Rasalhague	2	45	1,3
Altair	0,75	16,7	2,2	η Casiopea	3,5	19,6	4,6

Ejercicio 14.5

Período = 5,4 días Magnitud máxima = 3,6
 Magnitud mínima = 4,3 Magnitud media = 3,95

Ejercicio 14.6



Ejercicio 14.7

Magnitud absoluta media = -5,75 (la de 50 días de período); la de 15 días tiene $M = -4$,

Ejercicio 14.8

- a) Entre 4,3 y 5,15 sale una m media de 4,725
- b) 7,6 días
- c) M media = -3,8
- d) Unos 1.500 años luz