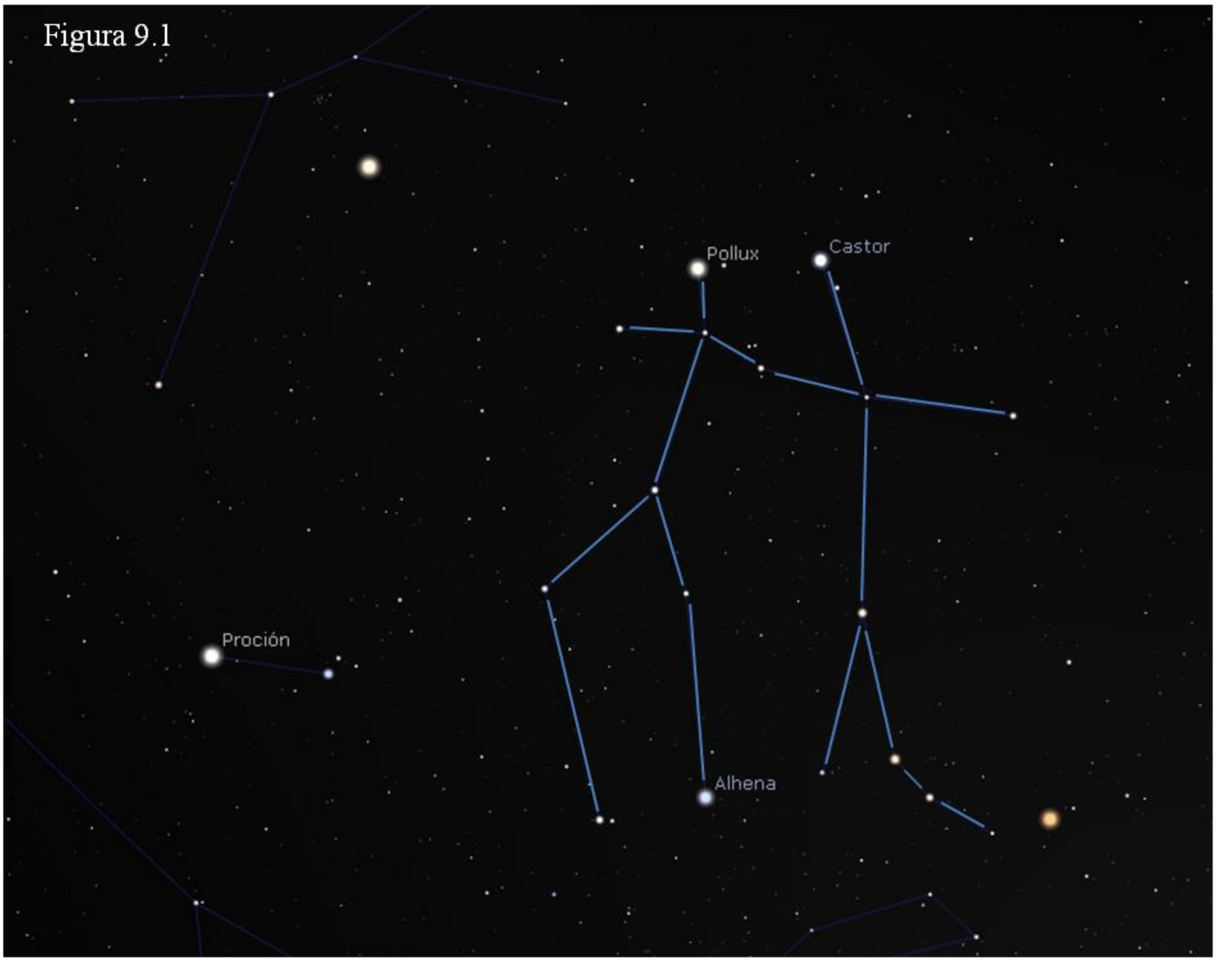
9
El movimiento de los planetas

Y yo, supuestos así los movimientos que más abajo en la obra atribuyo a la Tierra, encontré con una larga y abundante observación que, si se relacionan los movimientos de los demás astros errantes con el movimiento circular de la Tierra, y si los movimientos se calculan con respecto a la revolución de cada astro, no sólo de ahí se siguen los movimientos aparentes de aquéllos, sino que también se conectan el orden y la magnitud de todos los astros y de todas las órbitas, incluso el cielo mismo; de tal modo que en ninguna parte puede cambiarse nada, sin la perturbación de las otras partes y del Universo mismo.

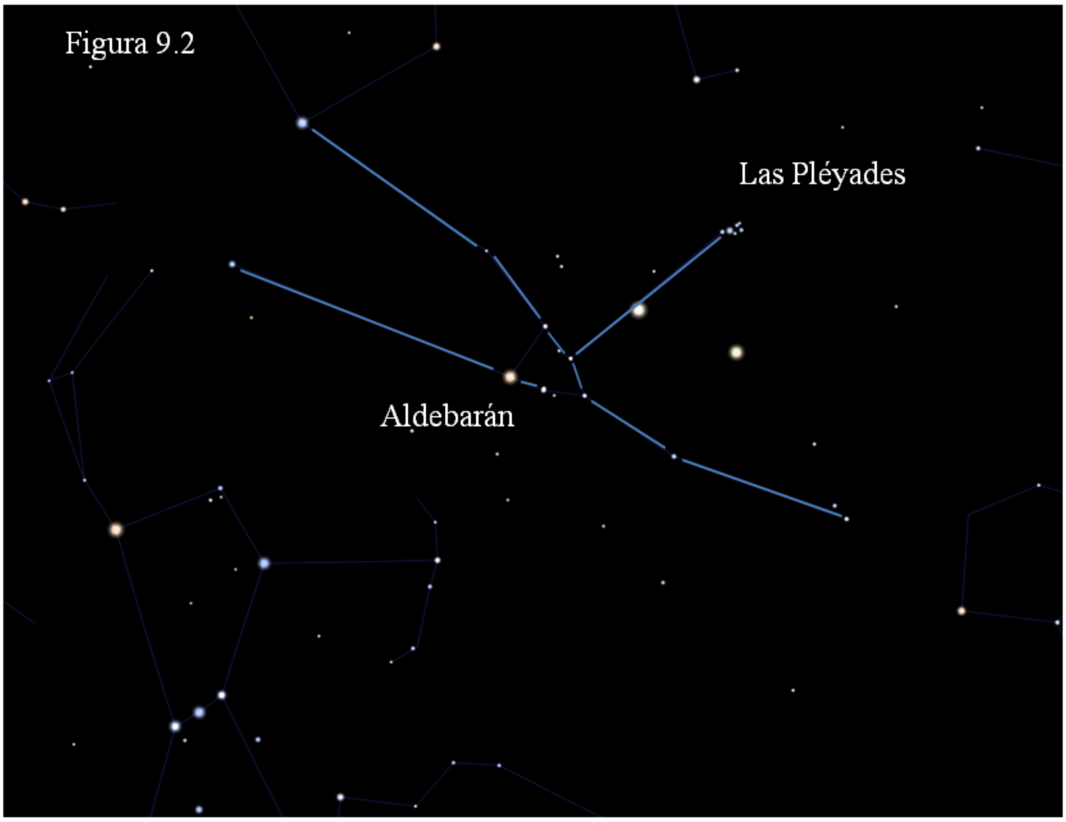
Nicolás Copérnico, *De Revolutionibus Orbium Coelestium*

9.1 ASTROS ERRANTES



Observa en esta imagen de la figura 9.1, la conocida constelación zodiacal de Géminis. Aparecen además dos “estrellas” muy brillantes que no figuran en los mapas, que no deberían estar allí, una cerca del pie de Castor y la otra ya más bien en la zona de Cáncer.

Estas apariciones de “estrellas intrusas” son bastante frecuentes. En la imagen de la figura 9.2 centrada en Aldebarán es fácil distinguir dos “puntos luminosos” que no están en los mapas, uno entre Aldebarán y las Pléyades y otro a la derecha del anterior, debajo de las Pléyades.



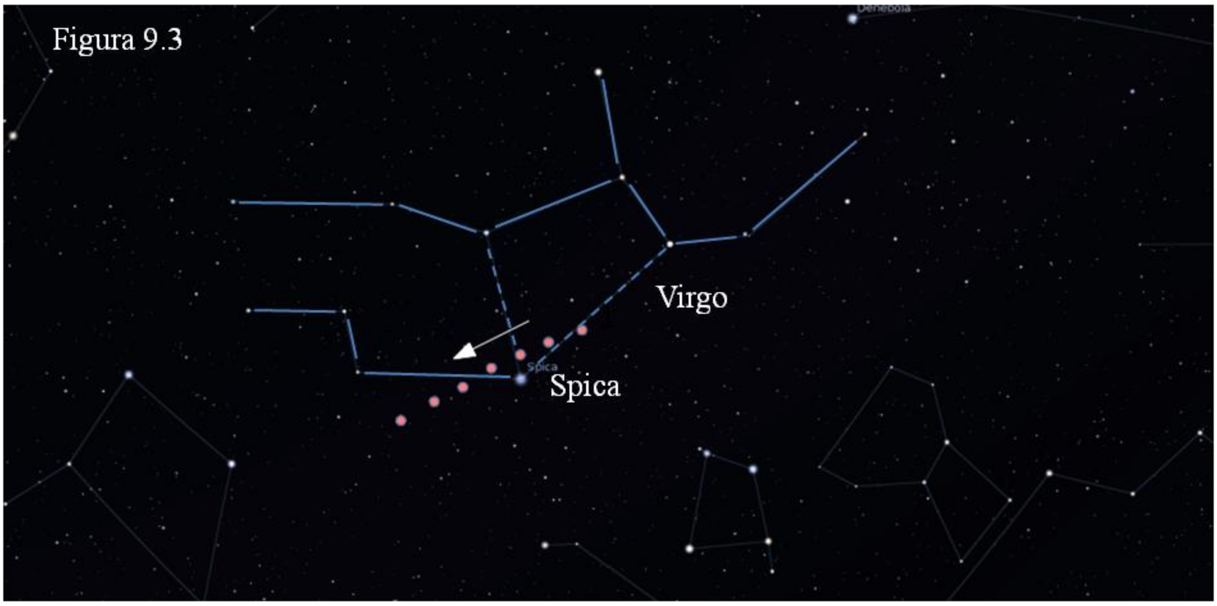
Ejercicio 9.1

La figura inferior es el mapa de una conocida constelación zodiacal en la que aparece un “invitado”. ¿De qué constelación se trata? Localiza la posición de esa “estrella invitada”. ¿Puedes estimar, aproximadamente, de qué magnitud se ve en el mapa?

*Haz clic **aquí** para ver la solución*

¿Qué son estas "estrellas fantasma"? Para empezar es inmediato constatar que sus apariciones siempre se sitúan en las constelaciones zodiacales, como la Luna y el Sol, y que suelen ser muy, muy brillantes, a menudo superando en brillo a las estrellas más destacadas. Además no presentan el centelleo típico de las estrellas, no "titilan", su luz parece más fija, más constante.

Naturalmente nuestra curiosidad nos hace preguntarnos si estas apariciones son momentáneas para desaparecer al poco tiempo o si permanecen largas temporadas en el mismo sitio. Es muy sencillo hacer un seguimiento de uno de estos puntos observando el cielo varios días seguidos a ver qué es lo que ocurre con él. Por ejemplo, durante el mes de julio de 2014, en la constelación de Virgo tuvimos la presencia de uno, de marcado color rojizo. Esto fue lo ocurrido (los puntos corresponden a su posición los días 1, 5, 10, 15, 20, 25 y 30), figura 9.3.



La "estrella intrusa" no se estuvo quieta, sino que se desplazó hacia la izquierda pasando ligeramente por encima de Spica y todo ese mes era claramente superior en brillo α Virginis.

A diferencia de las estrellas ordinarias que tienen una posición fija, hay algunas "estrellas" que se mueven entre las constelaciones y por eso fueron llamadas "planetas", término que proviene del griego y que significa "errante", "vagabundo". Pronto se identificaron cinco: Venus, Júpiter, Marte, Saturno y Mercurio.

¿Cómo localizar los planetas por la noche? ¿Cómo distinguirlos entre la maraña de puntos luminosos que pueblan la bóveda celeste? Para empezar, los planetas son bastante brillantes, de magnitud 1 como poco, superando a veces a las más espléndidas estrellas. Así que nuestros candidatos son los pocos objetos celestes muy brillantes que aparezcan en el cinturón zodiacal. Puesto que nos encontramos en el hemisferio norte, los planetas en su recorrido por la eclíptica, se localizarán hacia el Sur.

Si además notamos que alguno de esos puntos no titila, no centellea, como hacen todas las estrellas, sino que su luz permanece constante, entonces la probabilidad de que sea un planeta aumenta. Si no es identificable en el planisferio, sino que aparece como añadido en alguna constelación, y si, una semana después, se ha movido un poco respecto a las estrellas normales del planisferio, ya podemos asegurar que es un planeta.

De cualquier manera para saber de antemano qué planetas estarán visibles una noche, lo más práctico es utilizar algún simulador del aspecto del cielo (programas como el Stellarium, o una aplicación para el móvil, o una página web) o consultar alguna revista especializada. Porque los planetas llevan cada uno su propio ritmo (como iremos viendo en este tema) y son visibles a temporadas, pero no siempre en la misma época del año. Marte, por ejemplo, no siempre se ve en verano sino que unos años sí que se ve en esa estación pero otros no. Y lo mismo les pasa a todos ellos. Analicemos ahora con un poco más de detalle ese “vagabundeo” de los planetas. En los dos mapas que siguen están señaladas las posiciones de Marte desde noviembre de 2015 hasta octubre de 2017, numeradas según avanzan las fechas.

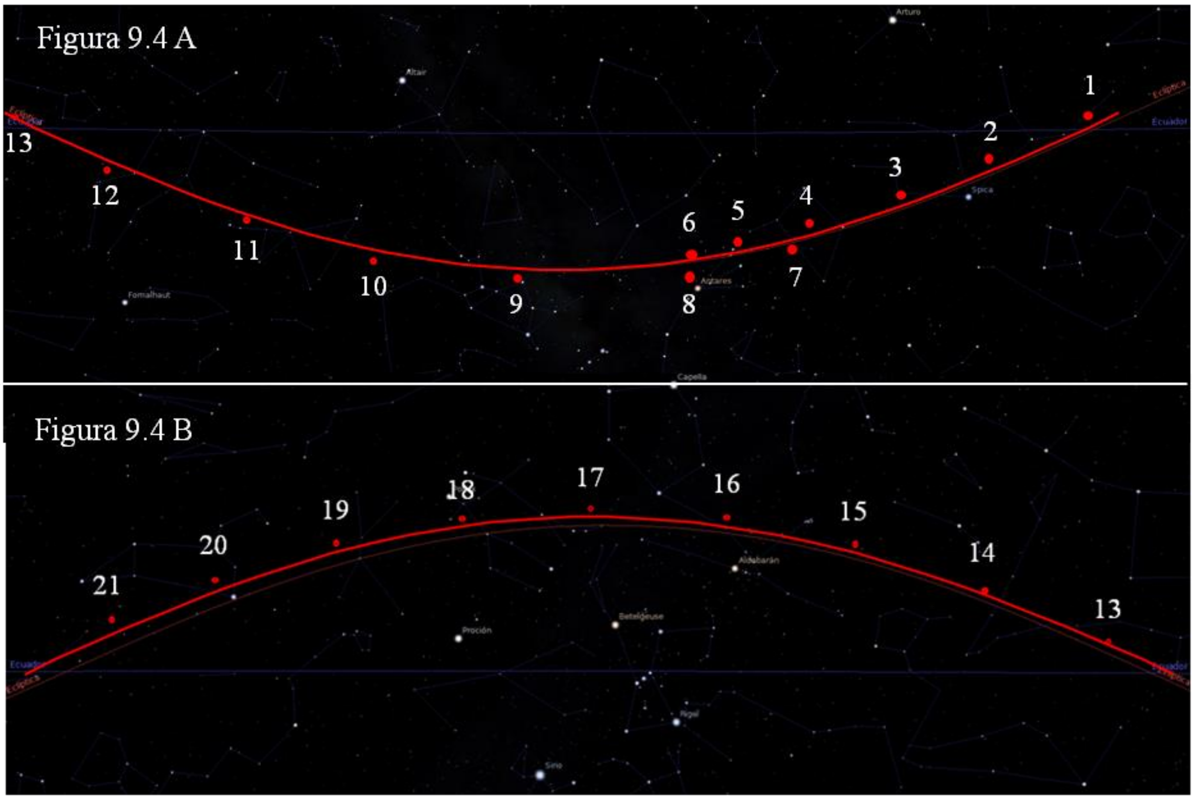


Figura 9.4 A

Figura 9.4 B

En las figuras 9.4 se observa como Marte va avanzando por el Zodiaco de derecha a izquierda es decir, hacia el Este. Se muestra un poco por encima (al Norte) de la eclíptica hasta la posición 6; en ese momento comienza a ir “hacia atrás” (no en el sentido de los signos sino al revés) para retomar su marcha normal desde la posición 7 en adelante. Cruza la eclíptica hacia el Sur (entre las posiciones 6 y 7) y la vuelve a atravesar hacia el Norte en la número 14. Ese extraño movimiento de ida y vuelta recibe el nombre de “retrogradación” o “bucle”, se observa con detalle en la figura 9.5.

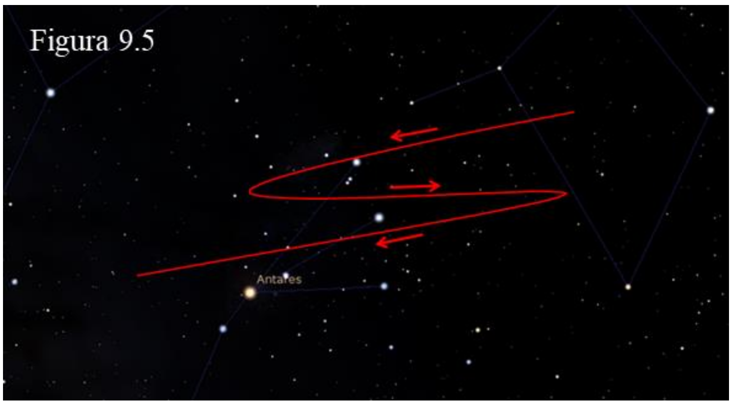


Figura 9.5

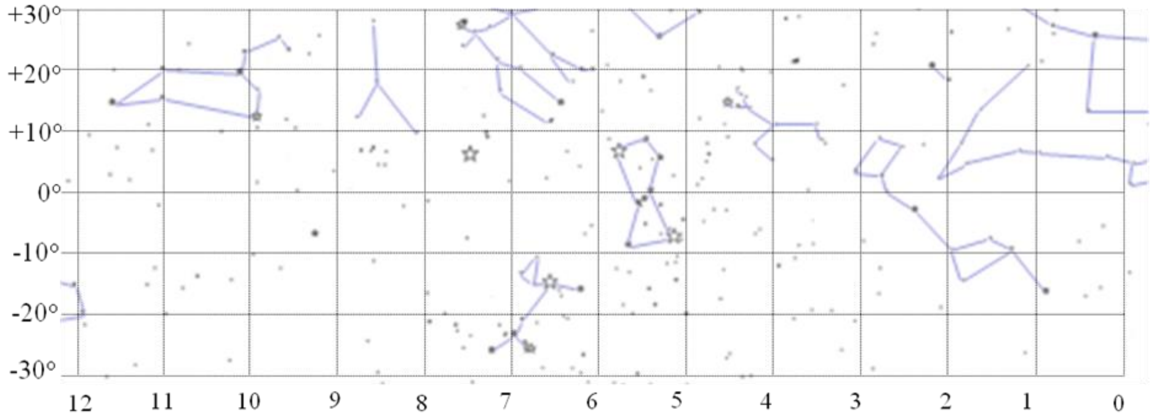
Además el brillo aparente del planeta rojo fue cambiando; al principio era de magnitud 2 pero al acercarse al bucle fue aumentando hasta alcanzar la magnitud -2 justo en el centro de la retrogradación; a partir de ese momento fue atenuándose poco a poco hasta volver a la magnitud 2.

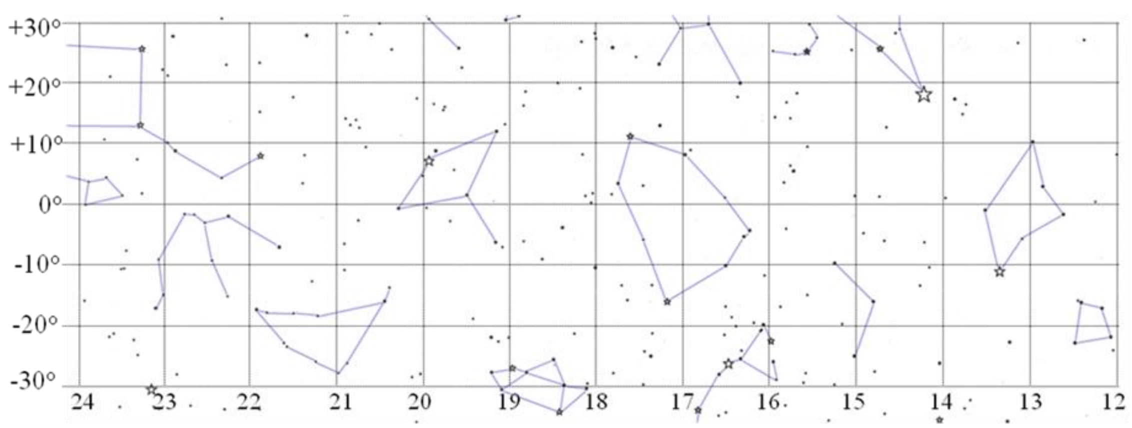
Ejercicio 9.2

En la tabla tienes las coordenadas de Marte a lo largo de dos años. Utiliza los dos mapas para colocar a Marte donde proceda según la tabla. Une los puntos en orden cronológico mediante una línea continua. ¿En qué se parece y en qué se diferencia la trayectoria de Marte a través del Zodiaco de las del Sol y la Luna? ¿Qué día alcanzó Marte su máximo brillo? ¿En qué momento de su trayectoria estaba? ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa al Zodiaco?

	Fecha	A.R	Dec.	m
1	15 07	3h 19m	17º 16’	0.8
2	14 08	4h 43m	21º 39’	0.7
3	13 09	6h 02m	23º 23’	0.5
4	13 10	7h 09m	23º 11’	0.2
5	12 11	7h 52m	22º 40’	-0.4
6	12 12	7h 56m	23º 53’	-1.0
7	14 01	7h 08m	26º 38’	-1.4
8	13 02	6h 39m	26º 51’	-0.5
9	15 03	6h 57m	25º 44’	0.2
10	14 04	7h 44m	23º 36’	0.8
11	14 05	8h 43m	19º 58’	1.2
12	13 06	9h 47m	14º 43’	1.5
13	13 07	10h 53mn	8º 05’	1.6

	Fecha	A.R	Dec.	m
14	12 08	12h 01m	0º 32’	1.7
15	12 09	13h 14m	-7º 35’	1.6
16	12 10	14h 31m	-14º 57’	1.6
17	11 11	15h 56m	-20º 49’	1.4
18	11 12	17h 30m	-23º 56’	1.3
19	10 01	19h 10m	-23º 22’	1.2
20	9 02	20h 48m	-18º 57’	1.2
21	11 03	22h 21m	-11º 31’	1.2
22	10 04	23h 48m	-2º 28’	1.2
23	10 05	1h 13m	6º 45’	1.2
24	9 06	2h 39m	14º 47’	1.2
25	9 07	4h 06m	20º 32’	1.3





Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

Todos los planetas tienen un movimiento similar con respecto al telón de fondo de las constelaciones; avanzan por el Zodiaco en el sentido de los signos, cada uno a su ritmo, bastante próximos a la línea de la eclíptica aunque sin seguirla exactamente estando a veces un poco al Norte y en otros momentos ligeramente al Sur; y todos realizan esa extraña danza de momentáneo retroceso, todos hacen bucles y presentan un máximo brillo precisamente en el centro de la retrogradación. Así pues, hay otros astros errantes además del Sol y de la Luna: los cinco planetas visibles a simple vista y conocidos desde la Antigüedad, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno.

En total siete astros errantes, uno para cada día de la semana: lunes (Luna), martes (Marte), miércoles (Mercurio), jueves (Júpiter), viernes (Venus), sábado (Saturno) y domingo (Sol). En todas las lenguas europeas hay clarísimas huellas de este origen astronómico de la semana. En castellano tan sólo se han perdido los primitivos “día del Sol” convertido en “día del señor” (*domenica* en latín) y el “día de Saturno” que ha pasado a ser el sábado (de la palabra hebrea *sabbath*). Lo mismo ha ocurrido en las lenguas romances; en cambio las germánicas (Sunday y Saturday en inglés o Sonnetag en alemán) han conservado la tradición.

Epiciclos

Los movimientos del Sol y de la Luna pueden ser explicados con sencillez dentro del universo de las dos esferas: no están situados en la esfera celeste, sino más cerca, y se mueven cada uno a lo largo de su circunferencia (la eclíptica para el Sol y otro círculo un poco más inclinado para la Luna) con la velocidad que le corresponde.

Hasta aquí el asunto se puede seguir bastante bien, pero los planetas presentan un movimiento mucho más complicado. No están fijos en la esfera celeste, sino que se mueven de una forma bastante rara: circulan por el Zodíaco, lo mismo que el Sol y la Luna, pero no siempre avanzan “en el sentido de los signos”, no siempre van de derecha a izquierda (de Oeste a Este), sino que alguna vez se paran, dudan unos días, comienzan a retroceder y luego se arrepienten y vuelven a recuperar el sentido común. No parece fácil encontrar un esquema simple que dé cuenta de estos movimientos.

Para empezar a trabajar necesitamos cuantificar. Los primeros datos numéricos que se pueden obtener con facilidad directamente de la observación de los planetas son sus periodos. El tiempo que tarda un planeta en recorrer el Zodiaco (desde que lo vemos en el centro de Géminis, por ejemplo, hasta que vuelve a estar allí, o desde que tiene ascensión recta 0 hasta que vuelve a tener ascensión recta 0) se llama periodo sidéreo (Sd). He aquí estos tiempos medios para los planetas conocidos:

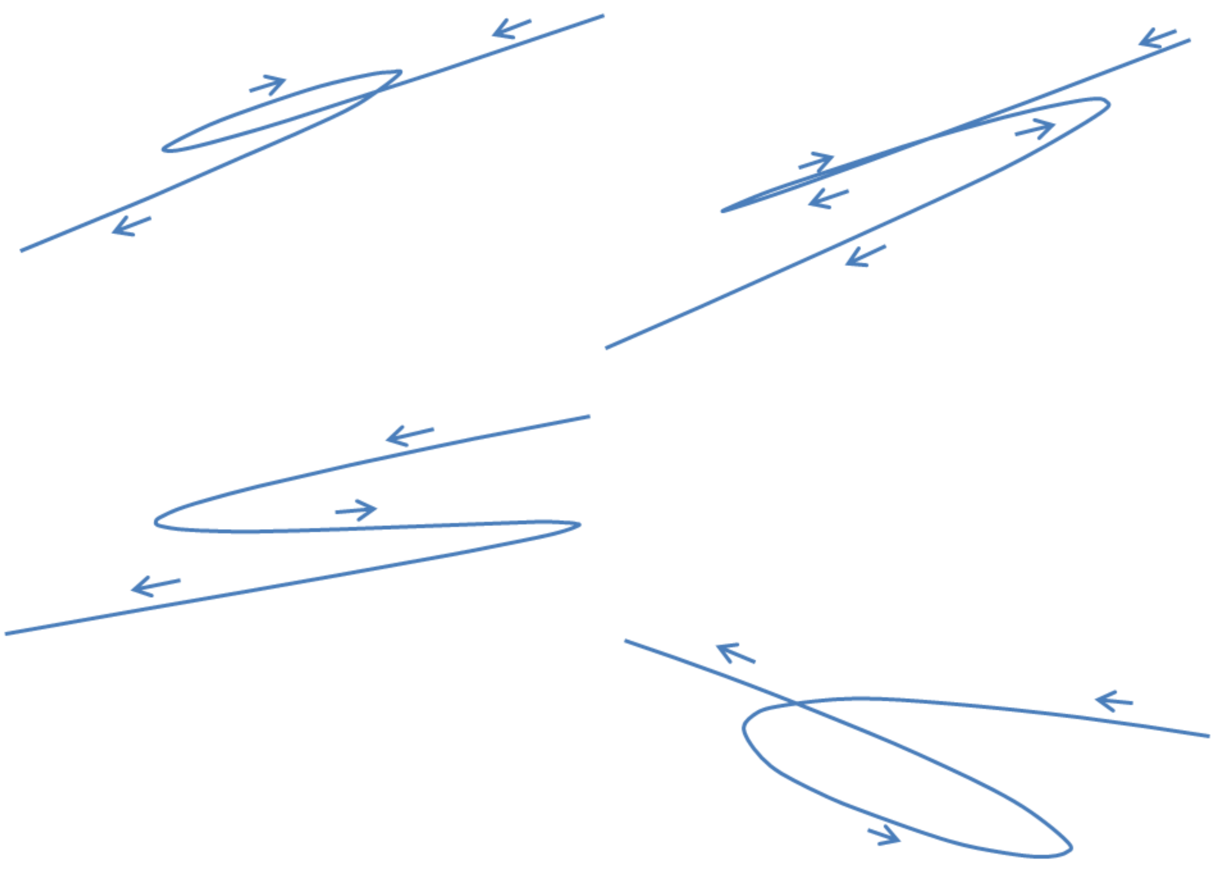
Planeta	Mercurio	Venus	Marte	Júpiter	Saturno
Sd (años)	1	1	1,88	11,86	29,45

Pero hay otro periodo a tener en cuenta: el tiempo que tarda cada planeta entre dos bucles consecutivos, el tiempo transcurrido desde el centro de una retrogradación hasta el centro de la siguiente, llamado período sinódico (Sn), que también es inmediato obtener por simple observación sistemática del cielo. Estos son los datos medios:

Planeta	Mercurio	Venus	Marte	Júpiter	Saturno
Sn (días)	115	584	780	399	378

La verdad es que parece todo muy complicado, sin regularidades. Para mayor dificultad, los bucles son diferentes entre sí y los de un mismo planeta varían de una vez a la siguiente. A veces son ascendentes y cortos, otras más largos y casi horizontales, figura 9.6. Parece un comportamiento caótico, sin que se muestre ninguna pauta clara en sus trayectorias.

Figura 9.6

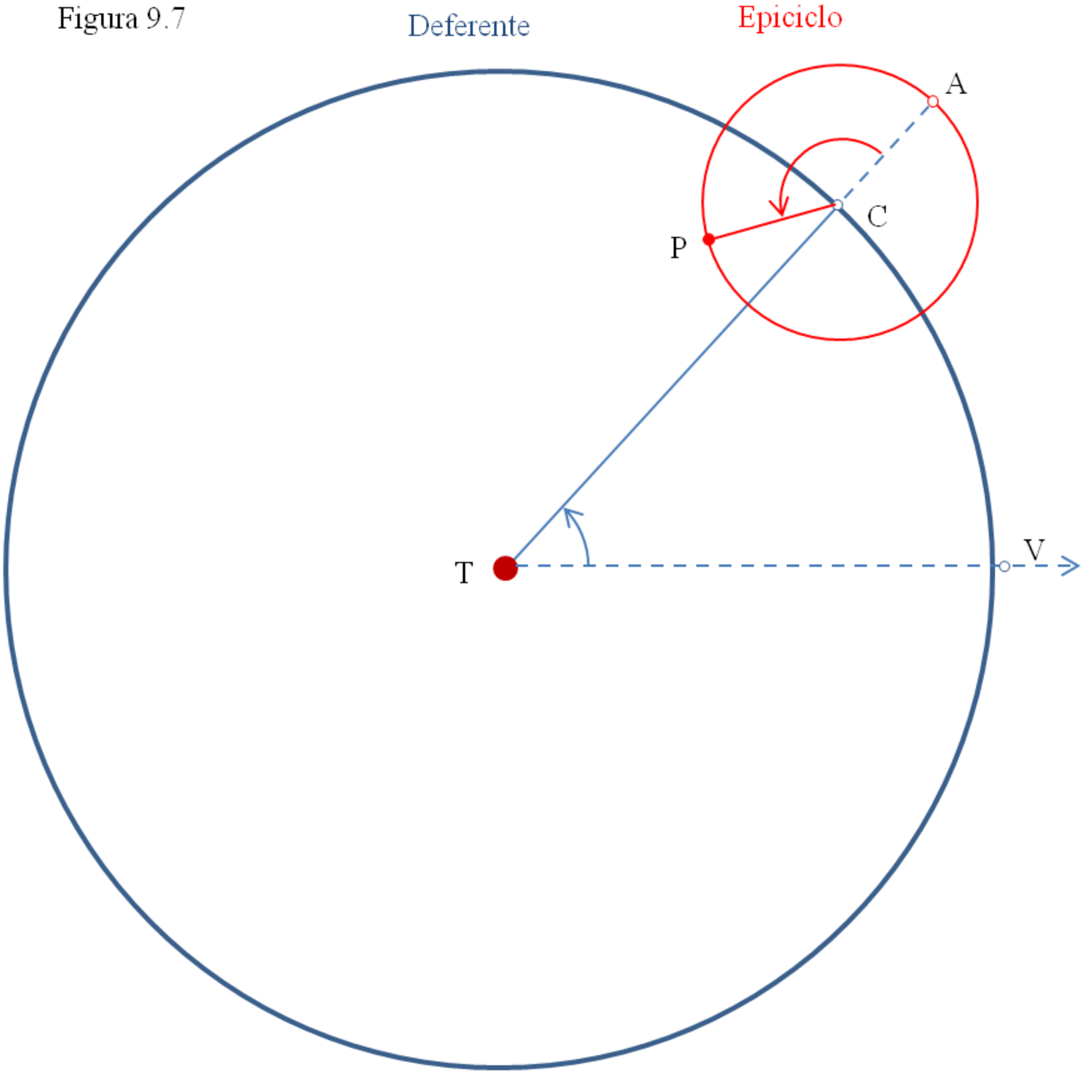


Los astrónomos dedicaron sus esfuerzos a intentar encontrar alguna explicación lógica y coherente a estos desordenados movimientos y no es exagerado decir que la Historia de la Astronomía, desde el año 400 antes de nuestra era hasta 1600 (¡2.000 años!), se podría llamar “Historia de las explicaciones de los movimientos planetarios”. Todos estos trabajos han quedado totalmente superados y son solo objeto de estudios históricos. Aún así creemos interesante que al menos tengas un somero conocimiento de las ideas que llenaron tan amplio lapso temporal.

El modelo básico surgió en Grecia de la mano de Eudoxo (c. 400 a.C.), Apolonio (c. 250 a.C.), Hiparco (siglo II a.C.) y Ptolomeo (siglo II d.C.), siempre dentro del universo de las dos esferas, con la Tierra inmóvil en el centro.

Consistía en suponer que cada planeta circula alrededor de la Tierra arrastrado por el movimiento combinado de dos círculos: uno, el "deferente", cuyo centro es la Tierra (T) y otro, el "epiciclo", cuyo centro C avanza por el deferente completando una vuelta en el periodo sidéreo del planeta; éste (P) se encuentra situado en el epiciclo avanzando por él (desde el apogeo A) de forma que complete el círculo en su periodo sinódico, figura 9.7

Figura 9.7



Con este esquema se podían reproducir los bucles puesto que cuando P está hacia el exterior (cerca de A) su avance por el epiciclo se suma al avance general de C por el deferente, pero cuando se sitúa en el interior (como en esta figura) su velocidad de avance por el epiciclo, visto desde la Tierra, es hacia atrás. Además, en el centro de la retrogradación (con P entre T y C) resulta que P está más cerca de la Tierra lo que concuerda con su máximo de brillo.

Al ser visto desde la Tierra la proyección del planeta P sobre el fondo de las constelaciones se observará que a veces se para, da marcha atrás un momento y luego retoma su avance habitual.

En el *Almagesto*, uno de los grandes libros científicos de todos los tiempos, Claudio Ptolomeo expuso con rigor matemático este modelo, obteniendo un expediente completo para cada planeta. Asignando ciertos valores a todos los parámetros (radios de deferente y epiciclo, velocidades angulares e inclinación del deferente y del epiciclo con respecto a la eclíptica) consiguió reproducir bastante bien casi todas las apariencias pero tuvo que añadir numerosos detalles extra y no logró un ajuste perfecto con las observaciones.

A lo largo de la Edad Media la mayor parte de los trabajos de los astrónomos árabes y, posteriormente en el Renacimiento, de los europeos, consistió en intentar mejorar los procedimientos ptolemaicos cambiando ligeramente algunos valores de los parámetros, incluyendo algún que otro detalle adicional, pero siempre dentro del modelo general deferente-epiciclo y, por supuesto, con una visión geocéntrica y geostática.

Pero quedaban muchos cabos sueltos. Lo más llamativo es que no se conseguía avanzar en el ajuste entre las predicciones del modelo y las observaciones. Éstas habían mejorado considerablemente gracias a la construcción de algunos grandes observatorios (como el de Samarcanda); siempre se encontraban discrepancias, menores, pero no despreciables.

Aunque, desde el punto de vista teórico, era más importante la frustración por no conseguir un esquema, un modelo, unificado. Cada planeta tenía su expediente propio, independiente de los demás. No era posible ordenarlos de forma consistente; se suponía que cuanto más "lento" fuera el planeta más lejos de la Tierra (y más cerca de la esfera celeste) debía estar; por eso el orden, de fuera a dentro, fue Saturno, Júpiter, Marte. Y la Luna, la más rápida, que recorre el Zodiaco en solo 27 días, la más próxima a la Tierra. Pero ¿cómo ordenar al Sol, Mercurio y Venus, que tardan los tres el mismo tiempo (un año) en recorrer el cinturón zodiacal?

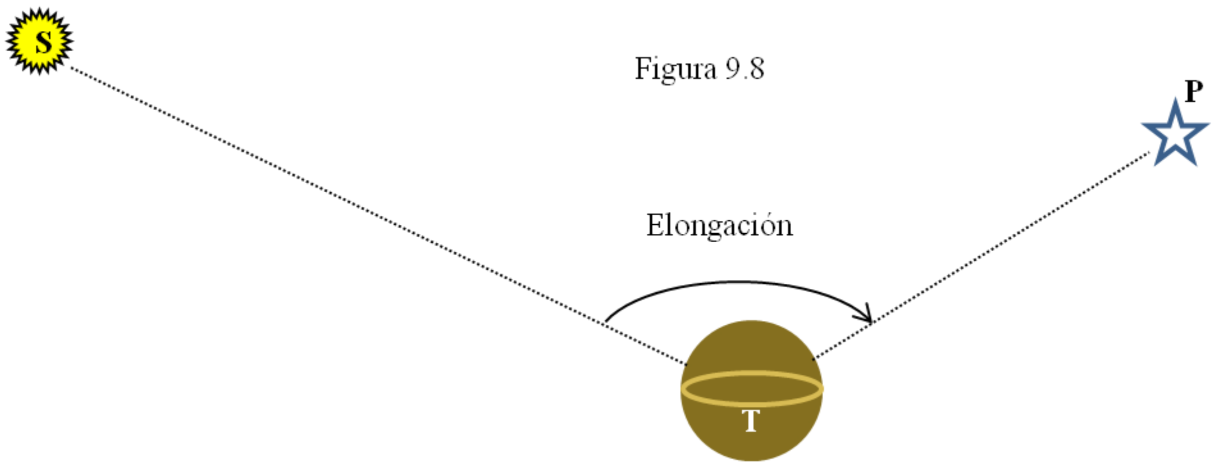
Y surgían algunas coincidencias, algunos detalles, que había que imponer artificialmente a los modelos sin ninguna explicación coherente; por ejemplo, para Mercurio y Venus, la línea TC tenía que ser paralela a la recta entre la Tierra y el Sol. ¿Por qué? Pues no había ninguna razón para ello, tenía que ser así para que todo cuadrara pero era una construcción *ad hoc*, sin fundamento. Este gran problema teórico fue resuelto por Copérnico quien, sin embargo, no avanzó nada en cuanto al ajuste entre predicción y posiciones observadas.

9.2 LA REVOLUCIÓN COPERNICANA

Otro de los grandes hitos de la Ciencia es el *De Revolutionibus Orbium Coelestium* (Sobre las revoluciones de las esferas celestes) publicado por Nicolás Copérnico en 1543, poco antes de morir. Allí cambiaba brutalmente los dogmas hasta entonces imperantes y sostenía que la Tierra es sólo uno más entre los planetas que rodean al Sol y que circula, como todos, en una órbita que es casi una circunferencia. Con este enorme cambio de paradigma Copérnico resolvía de una vez por todas muchas de las deficiencias teóricas y lograba un modelo unificado. Vamos a ir viendo cómo el sistema heliocéntrico consigue explicar de una forma absolutamente coherente todos los detalles observados.

La elongación

Ya hemos hablado de ella en el tema 5, La Luna: la elongación es la distancia angular entre el Sol y un planeta, siempre vistos ambos desde la Tierra, claro, que es donde estamos y desde donde hacemos nuestras observaciones, es decir el ángulo STP. Y puede ser Este (si el planeta se ve a la izquierda del Sol) u Oeste (si se ve hacia la derecha, como en la figura 9.8).



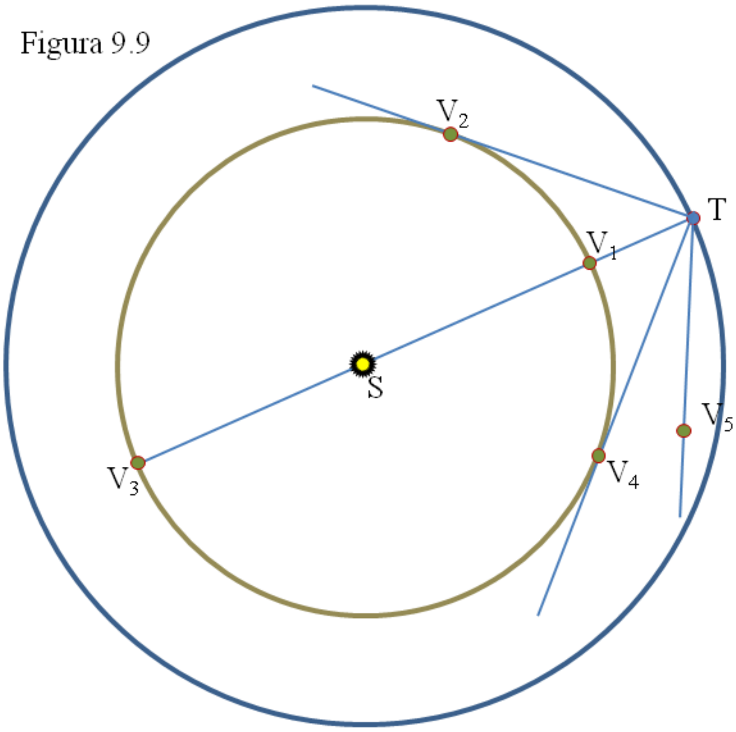
Si la elongación es 0º es que el planeta y el Sol están en la misma línea visual y se dice que el planeta está en **conjunción** (con el Sol y, desde luego, sería invisible) y si es 180º es que se encuentra justo al otro lado, o en **oposición** (al Sol claro), y entonces sí que se verá estupendamente por la noche. Cuando la elongación de un planeta es de 90º se dice que está en **cuadratura**. Todos son nombres bastante razonables.

Ya se sabía que, con respecto a la elongación, hay dos grupos de planetas: Marte, Júpiter y Saturno podían tener cualquier elongación, pero Mercurio y Venus siempre se ven bastante cerca del Sol; la de Mercurio nunca sobrepasa los 27º y la máxima de Venus es de unos 47º.

Esto tiene todo su sentido dentro del sistema heliocéntrico y permite ordenar claramente los planetas: Mercurio y Venus tienen que tener órbitas interiores a la terrestre, mientras que los demás deben estar más lejos.

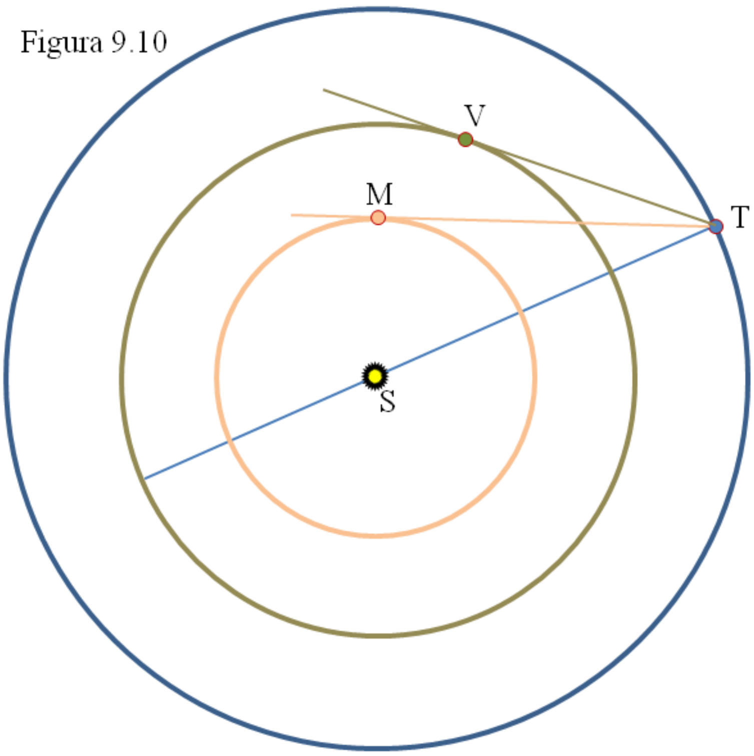
Como se ve en la figura 9.9, la elongación de Venus tiene un tope máximo en V_2 y en V_4, precisamente cuando la visual TV sea tangente a la órbita circular de Venus. Otras posiciones destacadas de Venus son V_1 (conjunción inferior) y V_3 (conjunción superior). Y una elongación mayor, sería imposible, pues Venus no puede estar nunca en una posición como la V_5.

Figura 9.9



Al mismo tiempo y debido a que es un planeta interior Venus, y Mercurio, tienen fases como la Luna. Fueron observadas por primera vez por Galileo entre octubre de 1610 y febrero de 1611. Este hecho le sirvió para reforzar el modelo heliocéntrico del Sistema Solar.

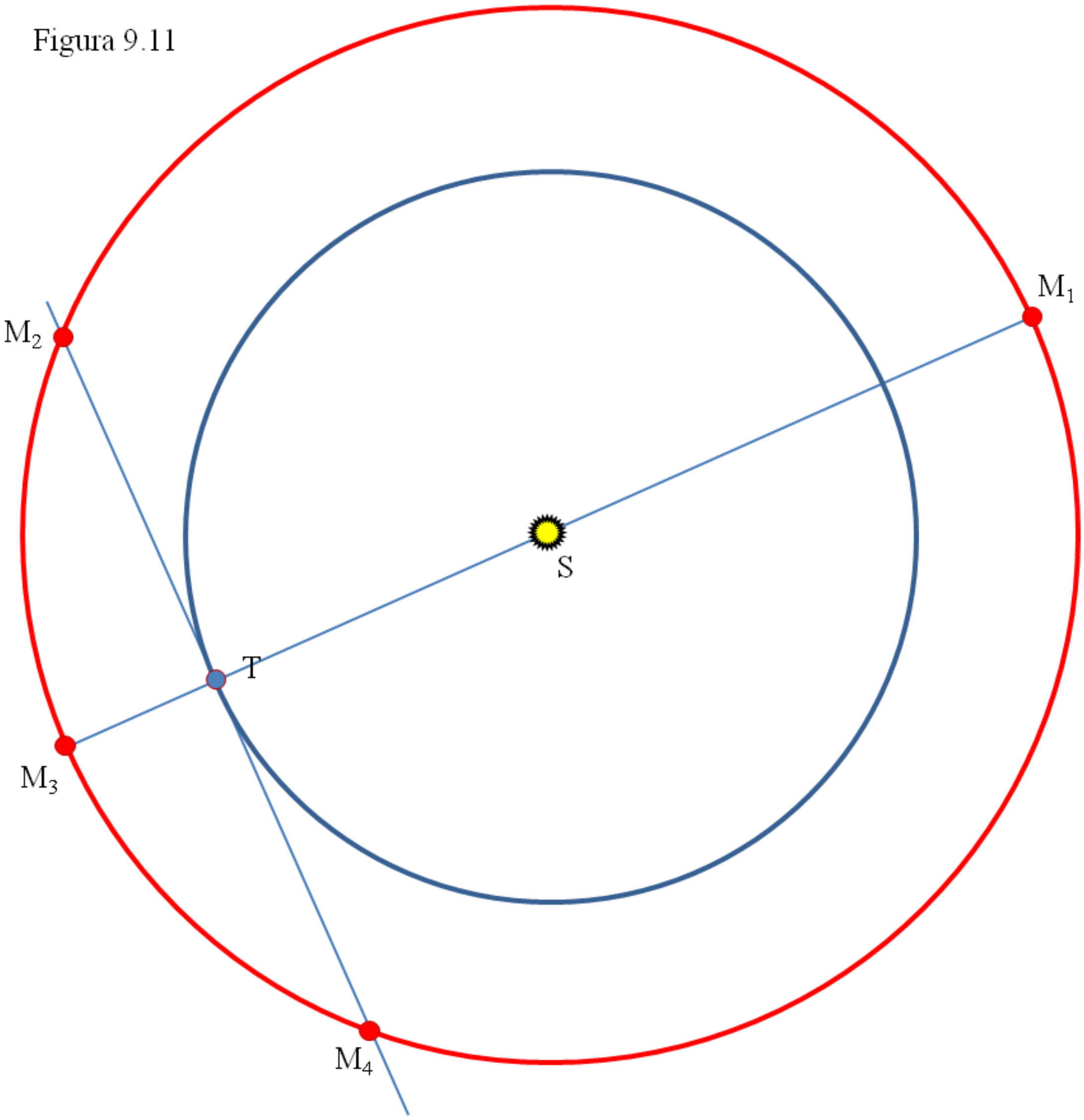
Figura 9.10



Otro tanto ocurre con Mercurio, pero dado que su máxima elongación es solo de 27º, se deduce que su órbita debe ser aún más “pequeña” que la de Venus, figura 9.10.

En cambio para Marte (Júpiter o Saturno), la situación es diferente, el hecho de que su elongación pueda tomar cualquier valor implica que su órbita tiene que ser exterior a la terrestre. Algunas posiciones destacadas serían: M_1 (conjunción), M_2 (cuadratura Este), M_3 (oposición) y M_4 (cuadratura Oeste), figura 9.11.

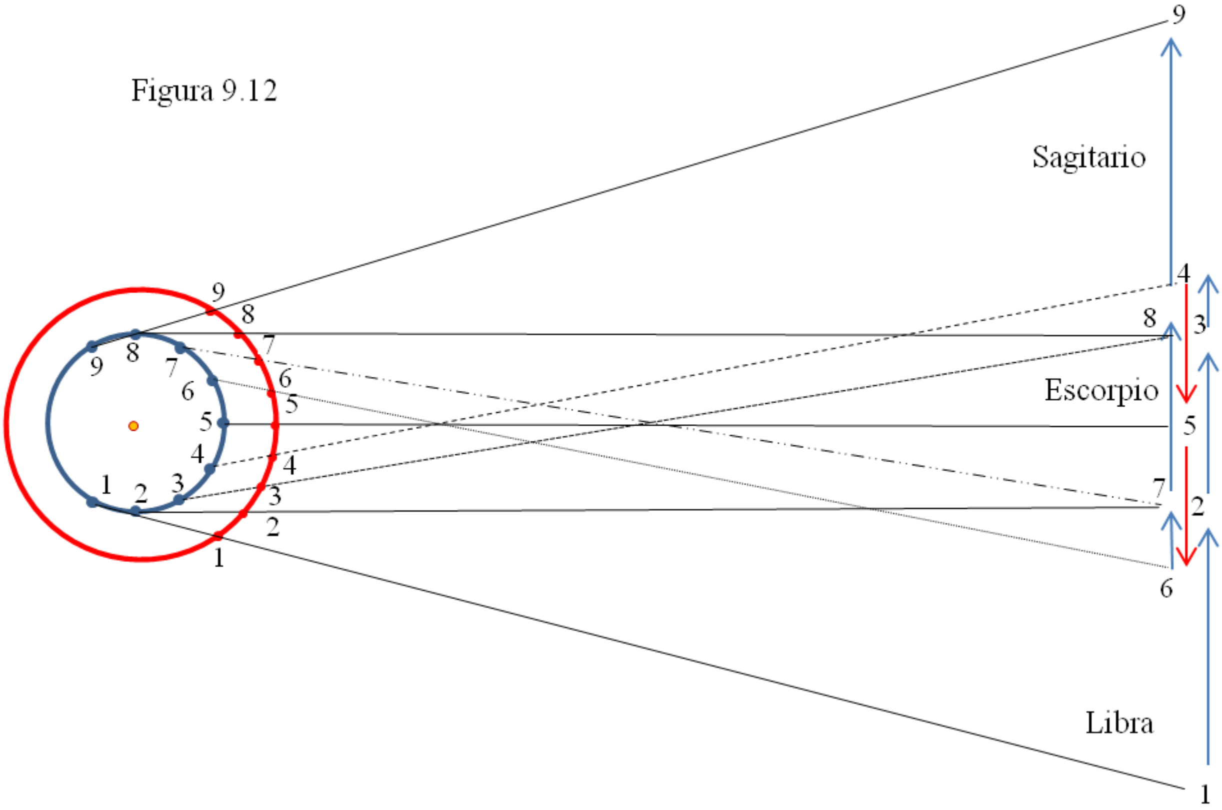
Figura 9.11



Así pues el orden de los planetas quedaba ya enteramente ajustado: Mercurio, Venus, la Tierra, Marte, Júpiter y Saturno. Los tres exteriores se ordenan en función del tiempo que tardan en recorrer el Zodiaco; siguiendo la misma pauta cabe suponer que Mercurio sea el más rápido y Venus el siguiente en velocidad orbital. ¿Por qué entonces los dos planetas interiores tardan de media un año en recorrer el Zodiaco vistos desde la Tierra? Dentro de un momento lo veremos.

Retrogradaciones

¿Da cuenta el sistema heliocéntrico de los bucles aparentes de los planetas? Naturalmente que sí. Veamos cómo. En la figura 9.12 aparecen las órbitas de la Tierra (en azul) y de Marte (en rojo) con el Sol en el centro. En ambas están marcadas las sucesivas posiciones de los dos planetas en las mismas fechas (de 30 en 30 días). Fíjate que Marte avanza bastante más despacio por su órbita que la Tierra.



Para simular dónde vemos a Marte desde la Tierra se han unido las posiciones simultáneas prolongando la visual hacia la derecha, hasta el fondo estrellado donde aparecen las constelaciones zodiacales (que, en realidad, tendría que estar mucho más alejado). Así, en las posiciones 1, nosotros veríamos a Marte donde se sitúa el número 1 de la derecha, al principio de Libra. Como la Tierra circula más deprisa, adelanta a Marte justo en las posiciones 5 de ambos, que corresponden a la oposición y que es también el momento en que ambos planetas están más cerca entre sí (el instante, por tanto, en el que lo veremos más brillante).

Observa el recorrido aparente de Marte siguiendo los puntos de la derecha en su orden; entre el nº 1 y el 4 avanza en su sentido habitual, atraviesa Libra y llega al final de Escorpio, pero de 4 a 5 y de 5 a 6 vuelve para atrás hasta el principio de Escorpio, retrograda, y el centro de la marcha atrás es exactamente el punto 5; a partir de las posiciones 6 el planeta rojo, visto desde nuestro observatorio móvil que es la Tierra, retoma su sentido de avance normal, vuelve a atravesar Escorpio y sigue por Sagitario. Esto es ni más ni menos que el recorrido aparente de Marte a través del Zodiaco.

También con los planetas interiores ocurre lo mismo, solo que ahora la retrogradación aparente tal y como la vemos desde la Tierra (figura 9.13) se produce cuando nuestro planeta es adelantado por el interior. El centro del bucle coincide con la conjunción inferior.

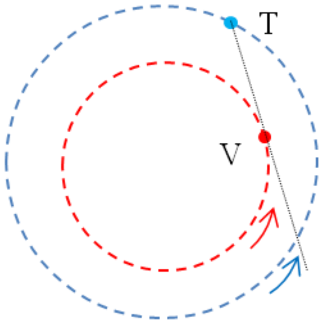


Figura 9.13

Periodos orbitales

Vamos a seguir los procedimientos históricos para determinar otro dato importante de los planetas: su **período de traslación** (T) alrededor del Sol. Desde la Tierra no podemos medir directamente el tiempo que tarda Venus en dar una vuelta alrededor del Sol, pero sí podemos contar el tiempo que transcurre desde una conjunción inferior a la siguiente (desde el centro de una retrogradación hasta el centro de la siguiente, es decir, su **período sinódico**): como ya vimos resulta ser de 584 días. Esta cuenta no puede hacerse con las conjunciones, que son inobservables, pero sí con las máximas elongaciones. Ahora sólo queda hacer números.

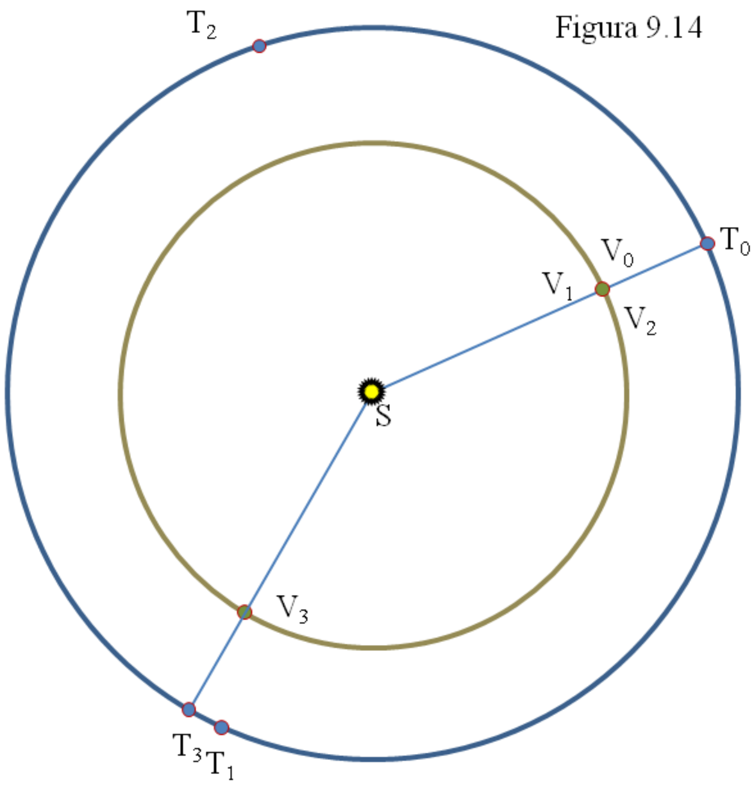


Figura 9.14

Las posiciones de Venus y de la Tierra (figura 9.14), desde una conjunción inferior en V_0T_0 hasta la siguiente conjunción inferior en V_3T_3, tienen que ser las indicadas en la figura 4. Como Venus va más deprisa que la Tierra, en el tiempo que tarda en completar una vuelta (de V_0 a V_1) nuestro planeta ha avanzado menos de 360º y se coloca en T_1; en otro circuito completo de Venus (de V_1 a V_2) la Tierra se situará en T_2 y finalmente volverán a coincidir en V_3 T_3. Mientras Venus ha dado dos vueltas y media largas, la Tierra sólo ha dado algo más de una y media.

Teniendo en cuenta que la Tierra da una vuelta (360º) en 365,25 días, ¿qué ángulo ha avanzado la Tierra en esos 584 días que van de T_0 a T_3?

$$\alpha = \frac{360°}{365{,}25}\ 584 = 575{,}6º$$

¿Qué ángulo ha recorrido Venus en ese mismo tiempo? Ten en cuenta que Venus ha dado una vuelta más que la Tierra.

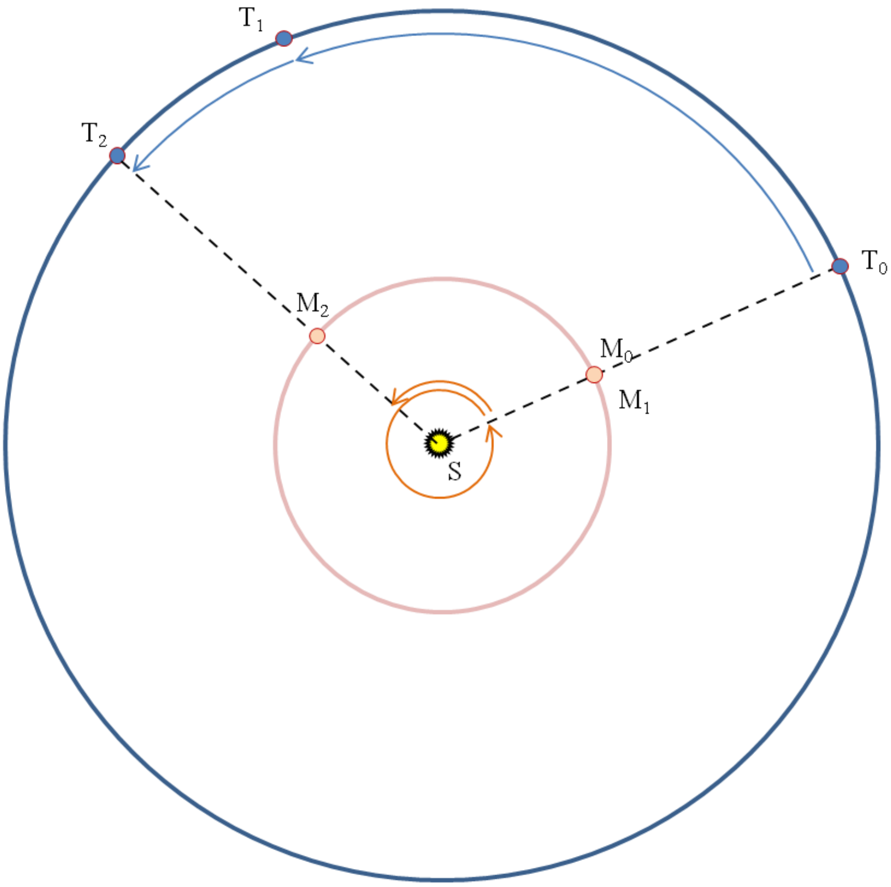
$$575{,}6^{\circ} + 360^{\circ} = 935{,}6^{\circ}$$

¿Cuántos días tarda Venus en avanzar 360º? Es decir, ¿cuál es su periodo orbital?

$$\text{Periodo orbital} = \frac{360^{\circ}}{935{,}6^{\circ}} \cdot 584 = 224{,}7 \text{ días}$$

Ejercicio 9.3

Repite los cálculos para Mercurio, sabiendo que circula aún más aprisa que Venus y que su período sinódico es de 116 días. En ese poco tiempo a Mercurio le da tiempo de completar una vuelta y alcanzar de nuevo a la Tierra.



Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

¿Por qué, entonces, el período sidéreo de Mercurio y de Venus es de un año? Se entenderá mejor con el primero. Visto desde la Tierra, Mercurio siempre se ve cerca del Sol (recuerda que su máxima elongación es de solo 27º). Supongamos que un día el Sol, visto desde la Tierra, está en el centro de la constelación de Virgo; Mercurio podrá estar un poco "por delante" (a la izquierda, hacia el Este) quizá ya en Libra y otras veces se le verá algo "atrasado" todavía en Leo, pero, **por término medio**, lo veremos recorrer el cinturón zodiacal a la misma velocidad que el Sol, por lo que su periodo sidéreo tiene que ser un año.

Otro tanto ocurre con Venus con la diferencia de que, al ser la órbita de éste último comparativamente mucho mayor, puede adelantarse o atrasarse bastante más que Mercurio, pero en todo caso y siempre como media Venus recorrerá el Zodiaco, visto desde la Tierra, en el mismo tiempo que el Sol, un año.

Para los planetas exteriores la situación es similar, sólo que ahora es la Tierra la que tiene una órbita pequeña y por eso, de nuevo por término medio, es como si nuestro planeta estuviera en la posición del Sol y entonces el periodo sidéreo de Júpiter, por ejemplo, tiene que coincidir con su periodo orbital. Lo que nos queda por hacer es comprobar que el periodo sinódico observado coincide con el deducido numéricamente.

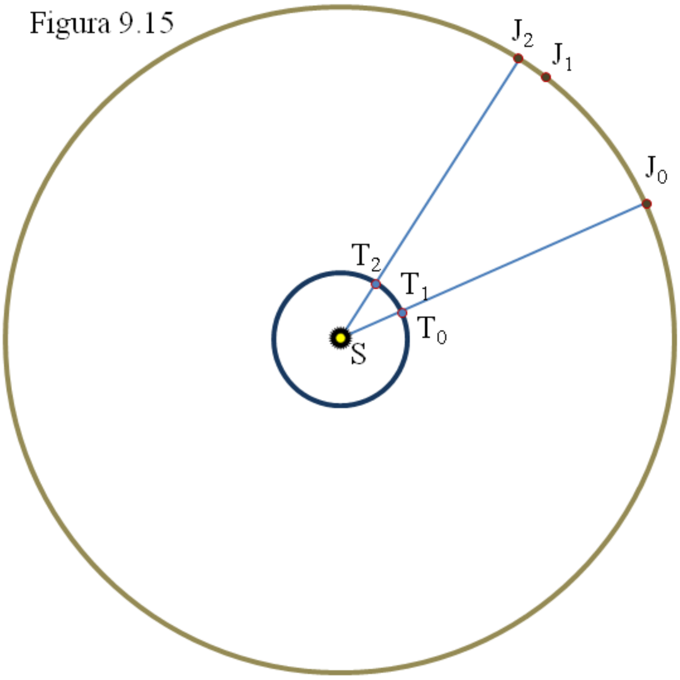
Veámoslo para Júpiter. Estos son los datos:

Sd = periodo sidéreo = T = periodo orbital = 11,86215 años = 4.332,65 días

Sn = período sinódico = 398,9 días Período orbital de la Tierra = 365,25 días

Comprobemos. He aquí (figura 9.15) las posiciones de ambos planetas entre dos oposiciones consecutivas (T_0J_0 y T_2J_2).

Figura 9.15



Comenzamos en una oposición de Júpiter (T_0J_0). Un año después la Tierra ocupará la misma posición (T_1) mientras que Júpiter habrá avanzado un poco menos de un doceavo de su órbita y se situará en J_1. Algo después, unos 34 días, se produce la siguiente oposición en T_2J. En 398,9 días la Tierra ha avanzado.

$$\frac{398{,}9\ d}{365{,}25\ d}\ 360º = 393{,}166º = $$
$$= 360º + 33{,}16º$$

Y en esos mismos 398,9 días Júpiter recorrerá $\frac{398{,}9\ d}{4.332{,}65\ d}\ 360º = 33{,}145º$

El acuerdo es casi perfecto. Esta relación entre los períodos sidéreo, sinódico y el año terrestre ya había sido detectada antes de Copérnico, pero no tenía una razón de ser dentro del sistema ptolemaico.

Distancias

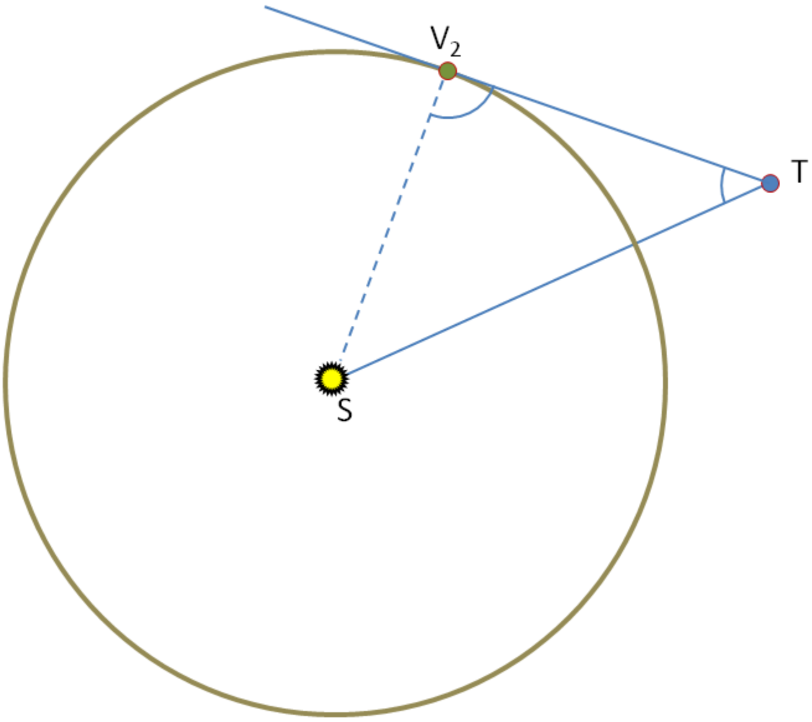
La máxima elongación de Venus es de 47º. Sólo con este dato Copérnico pudo calcular la proporción entre las distancias Sol-Tierra y Sol-Venus.

Ejercicio 9.4

En el momento de la máxima elongación (V_2, por ejemplo) la recta TV_2 es tangente a la circunferencia que recorre Venus. ¿Cuánto tiene que medir el ángulo SV_2T que forman la tangente TV_2 y el radio SV_2? Ya sabemos que el ángulo STV_2 = 47º. ¿Cuánto tiene que medir el tercer ángulo, el TSV_2?

Ahora sabemos que la distancia Tierra - Sol es de 150 millones de km, así que en el triángulo STV_2 conocemos los tres ángulos y un lado. Tenemos datos suficientes para calcular la longitud SV_2, bien por semejanza, bien utilizando trigonometría.

Por semejanza, que requiere menos matemáticas: dibuja un triángulo semejante al SV_2T, de forma que el ángulo en T sea de 47º y que ST mida 15 cm. ¿Cuánto mide en él el lado SV_2? ¿Cuál es la distancia de Venus al Sol, es decir, el radio de su órbita?



Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

Ejercicio 9.5

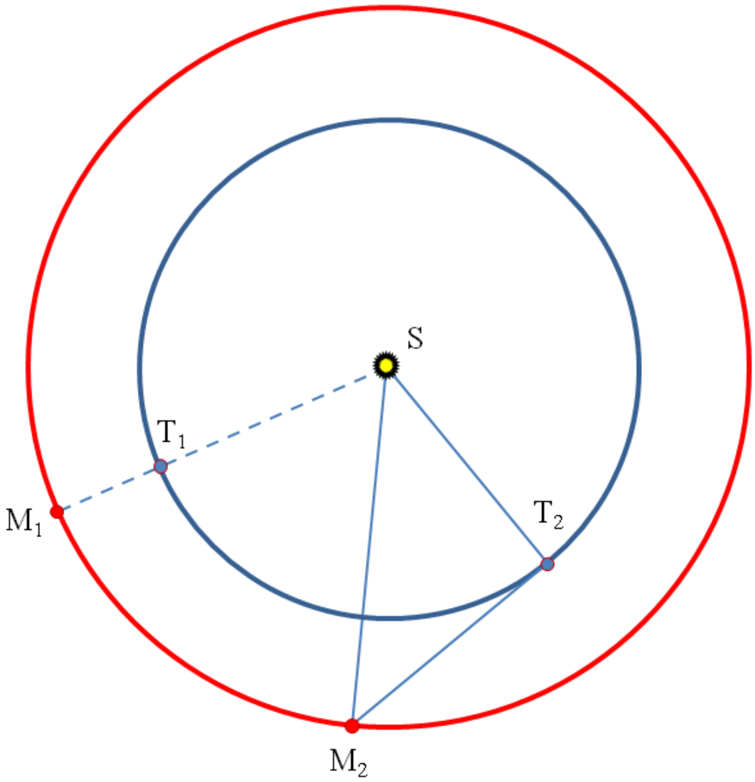
La máxima elongación de Mercurio es de 23º por término medio (varía bastante, entre 18º y 27º). ¿Cuál es su distancia media al Sol?

Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

Ejercicio 9.6

Copérnico utilizó las cuadraturas y las oposiciones para averiguar la distancia Marte - Sol. Esperó a que Marte estuviera en oposición (T_1M_1) y contó el número de días que transcurrieron hasta la cuadratura inmediatamente siguiente (T_2M_2): pasaron 106 días.

a) *Calcula el ángulo recorrido por la Tierra (T_1ST_2) y por Marte (M_1SM_2) en esos 106 días.*
b) *Halla, por diferencia de los dos anteriores, el ángulo T_2SM_2.*
c) *¿Cuánto valen los tres ángulos del triángulo ST_2M_2?*
d) *Dibuja un triángulo semejante al ST_2M_2 de manera que ST_2 mida 15 cm (recuerda que Tierra-Sol = 150 millones de km) y averigua la distancia Sol-Marte.*



Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

De forma similar Copérnico calculó las distancias del Sol a Júpiter y a Saturno. Puedes ver todos los datos en la tabla que hay al final del tema. Posteriormente, con métodos más precisos, Giovanni Domenico Cassini en 1672 calculó la distancia Tierra-Marte y Edmund Halley en 1716 midió la distancia Tierra – Sol. Si quieres saber más sobre estos cálculos históricos haz clic **aquí**.

Ejercicio 9.7

a) *Calcula la velocidad a la que se mueve la Tierra mientras recorre su órbita. Para ello halla la distancia que recorre en un año, es decir, la longitud de su órbita (hazlo como si fuera una circunferencia exacta), y divídela por el tiempo que tarda. Expresa la velocidad en km/s.*
b) *Haz lo mismo con los demás planetas hasta Saturno. Los datos que te hagan falta los encontrarás en la tabla del final del tema. Expresa siempre la velocidad en km/s. ¿Qué planetas son más rápidos, los interiores o los exteriores?*

Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

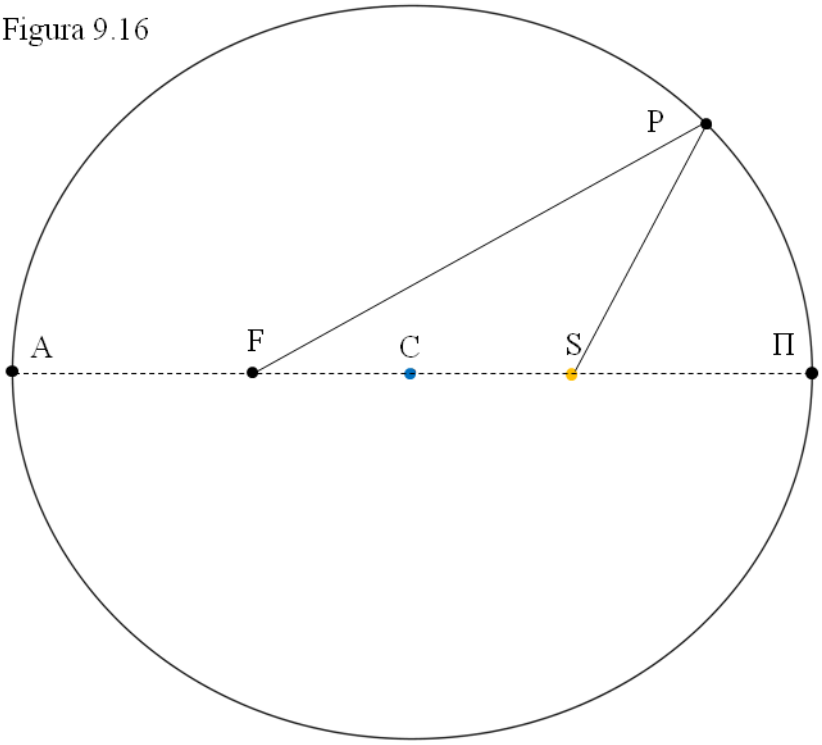
9.3 LAS LEYES DE KEPLER

A lo largo del siglo XVII aparecieron otras dos obras capitales en la Historia de la Astronomía. La primera, en 1609, fue *Astronomia Nova* del genial y apasionado Johannes Kepler. Mucho menos famosa y reconocida que las otras que hemos citado y citaremos en este capítulo, en ella se enuncia la primera ley del movimiento planetario y se esboza la segunda.

- 1ª ley: Los planetas describen órbitas elípticas con el Sol en uno de los focos.

Esto destrozaba uno de los dogmas establecido como inamovible durante esos 2.000 años de estudios e investigaciones: la circularidad de los movimientos celestes.

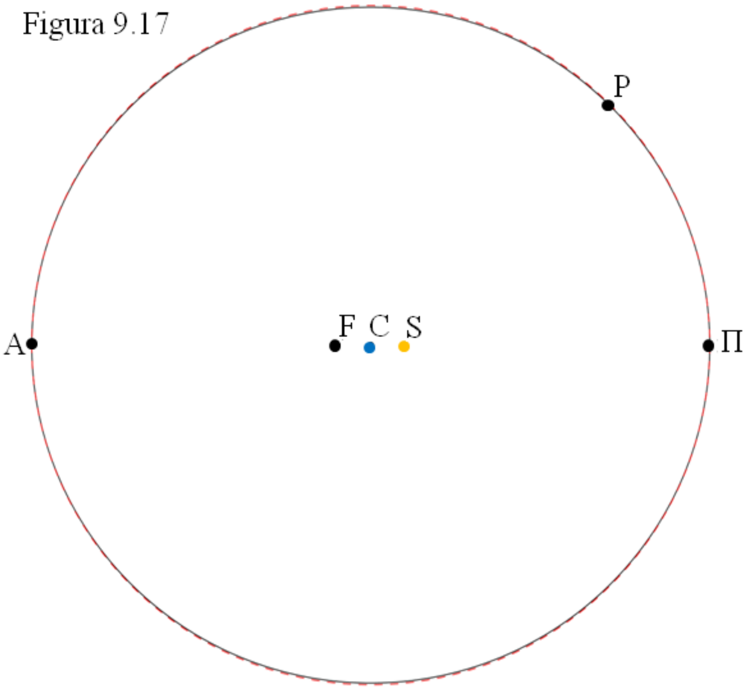
Figura 9.16



Una elipse es una circunferencia "achatada" caracterizada por sus dos focos (F y S en la figura 9.16) de forma que para cualquier punto P de la curva la suma de distancias SP + FP se mantiene siempre igual. El punto medio entre los dos focos es el centro C de la elipse y la línea AΠ su eje mayor. En uno de los focos (S) se encuentra el Sol y en el otro (F) no hay nada. El "achatamiento" o más concretamente la excentricidad (e) depende de la separación de los focos, de su distancia al centro. Es la relación $e = CS/CA$, de tal forma que $0 < e < 1$.

Como consecuencia, la distancia de cada planeta al Sol es variable, en mayor o menor medida según la excentricidad. El punto más próximo se llama **perihelio** Π, y el más lejano **afelio** A. En esta figura, la clásica en los libros de texto y de divulgación, es engañosa. En ella se representa una elipse de e = 0,4 (porque la distancia CS es el 40% de la longitud CΠ). La excentricidad de las órbitas planetarias es mucho menor con lo que los focos están mucho más cercanos que en esa figura y la órbita se parece demasiado a una circunferencia.

Figura 9.17



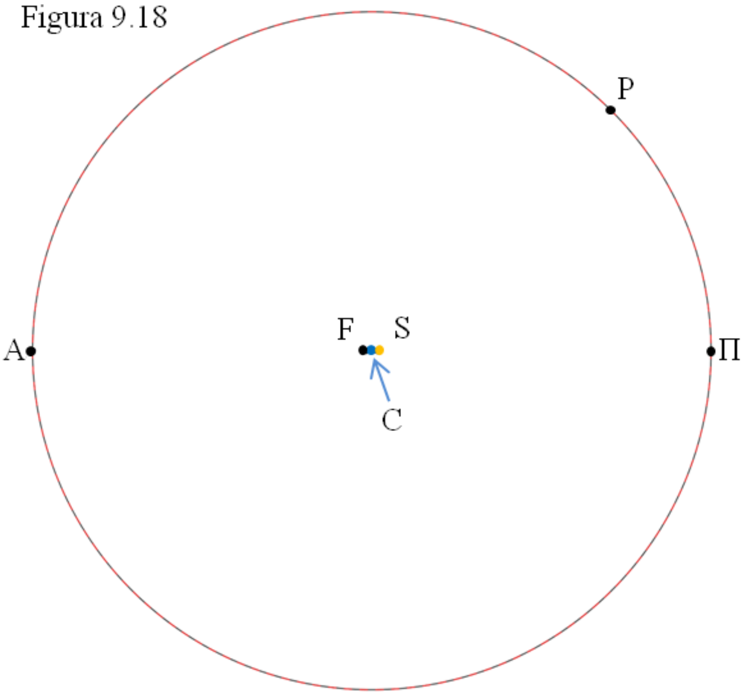
La figura 9.17 corresponde a la órbita de Marte (excentricidad 0,1 es decir CS es el 10% de CΠ) dibujada en negro con trazo continuo.

En rojo y trazo discontinuo está dibujada una circunferencia de centro C y radio CΠ. Apenas se diferencia de la elipse.

Y no digamos para la órbita terrestre en la que CS es solo un 1,7% de CΠ (e = 0,017). En este caso la órbita elíptica y la circunferencia son absolutamente indistinguibles. Por eso costó tantos siglos romper con la creencia en la circularidad de las órbitas. Sin embargo las distancias mínima y máxima de la Tierra al Sol sí varían un poco; la distancia media (CΠ) es de unos 150 millones de km; la mínima en el perihelio (SΠ) es de 147,45 y la máxima (en el afelio) SA = 152,55, figura 9.18.

El perihelio terrestre ocurre el día 4 de enero. ¡En pleno invierno (en el hemisferio Norte) es cuando la Tierra está más cerca del Sol! Y el afelio el 4 de julio. Como ya vimos antes, el ciclo de las estaciones no está causado por la diferente distancia de la Tierra al Sol (que tiene muy poca variación) sino por la inclinación con la que los rayos solares inciden sobre la superficie terrestre.

Figura 9.18

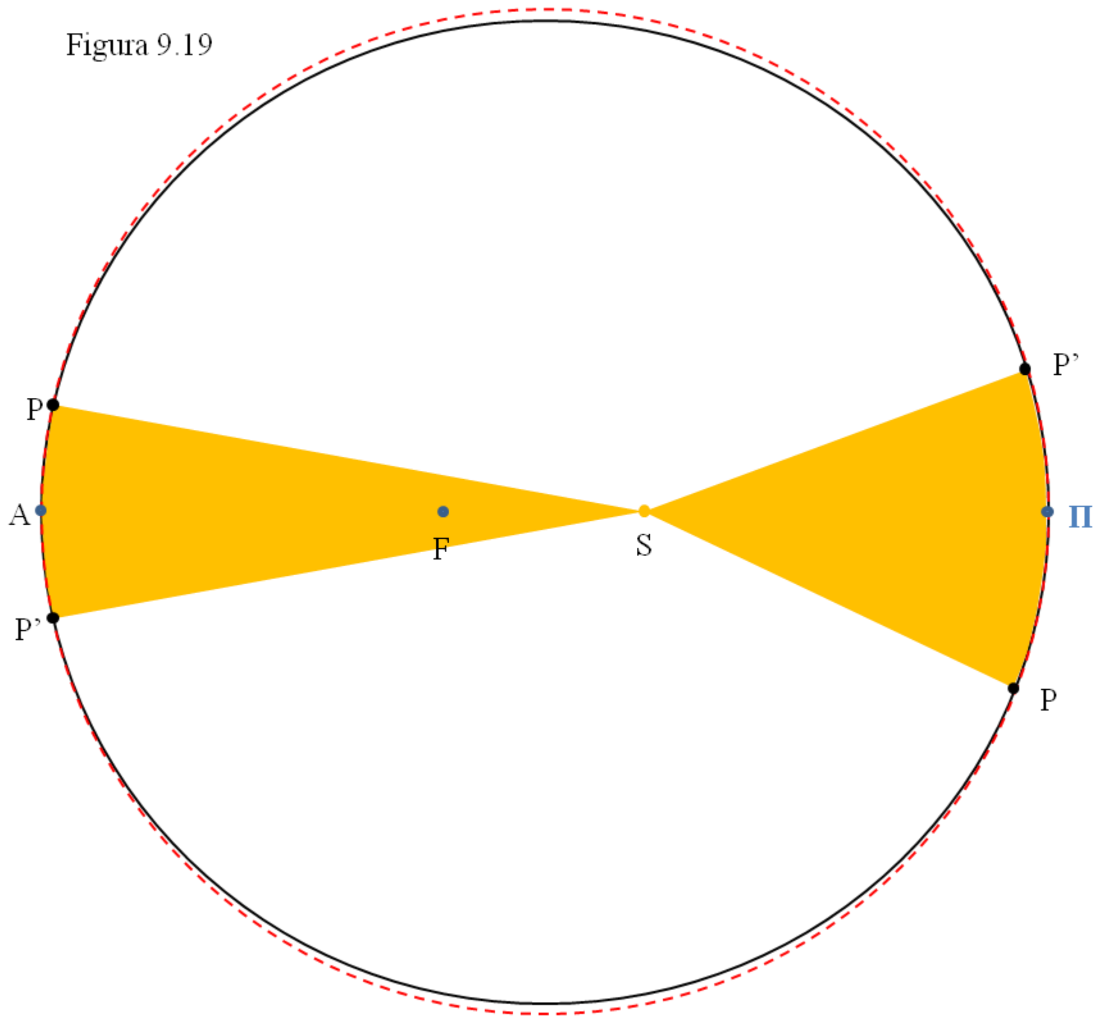


Cada órbita planetaria está en un plano que pasa por el Sol; pero no están todos en el mismo sino que tienen ligeras inclinaciones; el nuestro es el plano de la eclíptica que es el que se toma como referencia y esas ligeras inclinaciones de los otros planos hacen que veamos a los planetas a veces algo “por encima” de la eclíptica y otras un poco al Sur.

- 2ª ley: El planeta recorre su órbita de forma que el segmento Sol – Planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.

Para ilustrar esta ley mostramos en la figura 9.19 la órbita de Mercurio que es el planeta con mayor excentricidad de todos (0,2). Fíjate que los focos están bastante separados, a pesar de lo cual la elipse se sigue pareciendo mucho, mucho a una circunferencia. De P a P', tanto a la izquierda como a la derecha, transcurre una semana; según esta 2ª ley los triángulos sombreados SPP' tienen que tener la misma área. En las proximidades del perihelio (a la derecha), al ser sensiblemente menor la distancia SP, el triángulo SPP' tiene que ser más "alto" que el de la izquierda (cerca del afelio), es decir, el planeta tiene que avanzar más deprisa. Para Mercurio, el avance en una semana cerca del perihelio es de 45,6º, mientras que también en una semana pero ahora cerca del afelio tan solo recorre 20,5º.

Figura 9.19



El área se mantiene constante mientras que el arco avanzado por el planeta va oscilando desde un máximo en las proximidades del perihelio hasta un mínimo cerca del afelio.

Esta ley permite el cálculo preciso de las posiciones planetarias, aunque exige matemáticas de cierta envergadura. Las predicciones obtenidas con ella concuerdan ya con magnífica precisión con las observaciones hechas para comprobarlo.

La 2ª Ley de Kepler es una consecuencia de la Ley de la Conservación del Momento Angular, si quieres saber más sobre este hecho haz clic **aquí**. Al mismo tiempo, como hemos visto los planetas tienen órbitas elípticas, sin embargo las trayectorias de otros cuerpos que se mueven bajo la atracción gravitatoria del Sol pueden ser diferentes. Para saber más haz clic **aquí** **.**

- 3ª ley: El cuadrado del período de traslación (T) de cada planeta es proporcional al cubo de su distancia media (a) al Sol: $T^2 / a^3 = K = cte.$

Encontrada por Kepler de forma empírica establece una relación numérica entre la distancia al Sol y el periodo de traslación del planeta. Si quieres saber cómo se puede deducir el valor de la constante k haz clic **aquí.**

Ejercicio 9.8

Vas a comprobar la 3ª ley de Kepler. Expresa los períodos de traslación (T) de Venus y de Marte en años (687 días = 687/365.25 = 1.88 años, para Marte). Para las distancias medias al Sol (a) vas a hacer lo mismo: exprésalas en relación a la distancia media de la Tierra al Sol, que tomamos como unidad y que se llama Unidad Astronómica (UA). Para Venus, por ejemplo, $a = 108 \cdot 10^6$ *km =* $108 \cdot 10^6 / 150 \cdot 10^6$ *UA = 108/150 UA = 0.72 UA.*

Comprueba que para ambos planetas el cociente T^2/a^3 *es aproximadamente igual a 1. Esto es lo que tiene que ocurrir siempre que expresemos T en años y a en unidades astronómicas.*

Haz clic ***aquí*** *para ver la solución*

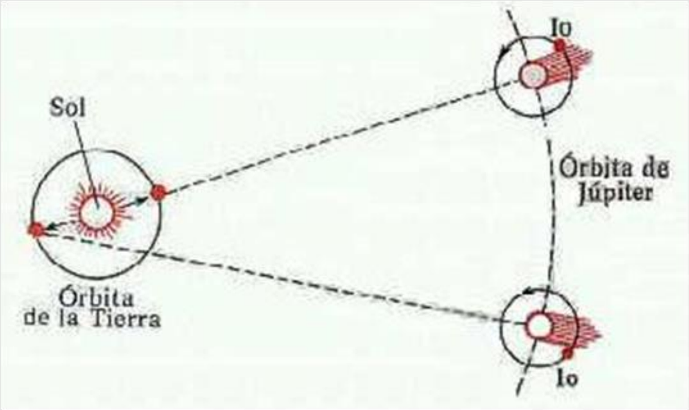
Todas las leyes de Kepler fueron encontradas por él de forma empírica, cotejando los datos de que disponía y buscando la mejor manera de ajustarse a ellos. No tuvieron justificación teórica hasta la llegada de otra de las cumbres científicas de todos los tiempos, los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principios Matemáticos de la Filosofía Natural), publicada por Isaac Newton en 1684 en la que establecía las leyes básicas de la Mecánica y la ley de la gravitación universal y deducía a partir de ellas las leyes de Kepler,

El siglo XVIII fue testigo de otro acontecimiento astronómico de primer orden: el descubrimiento de un nuevo planeta. En 1781 William Herschel, un músico alemán afincado como astrónomo en Inglaterra, detectó la presencia de un nuevo astro errante, Urano, que vino a sumarse a los conocidos desde la Antigüedad; el sistema solar crecía.

También en el XVIII se desarrolló un impresionante trabajo matemático para poder hacer frente a los retos que comportaban los cálculos de posiciones planetarias determinadas por las leyes de Kepler y de Newton, difíciles de tratar numéricamente. Fruto de ese desarrollo el francés Urbain Leverrier, estudiando las mínimas desviaciones observadas en las posiciones de Urano con respecto a lo previsto por las leyes y suponiendo que eran debidas a la existencia de otro planeta desconocido por el momento y aún más lejano, predijo teóricamente su posición. Asombrosamente Neptuno fue encontrado, en 1846, a solo 1º de la posición predicha por Leverrier: un triunfo clamoroso de la ciencia.

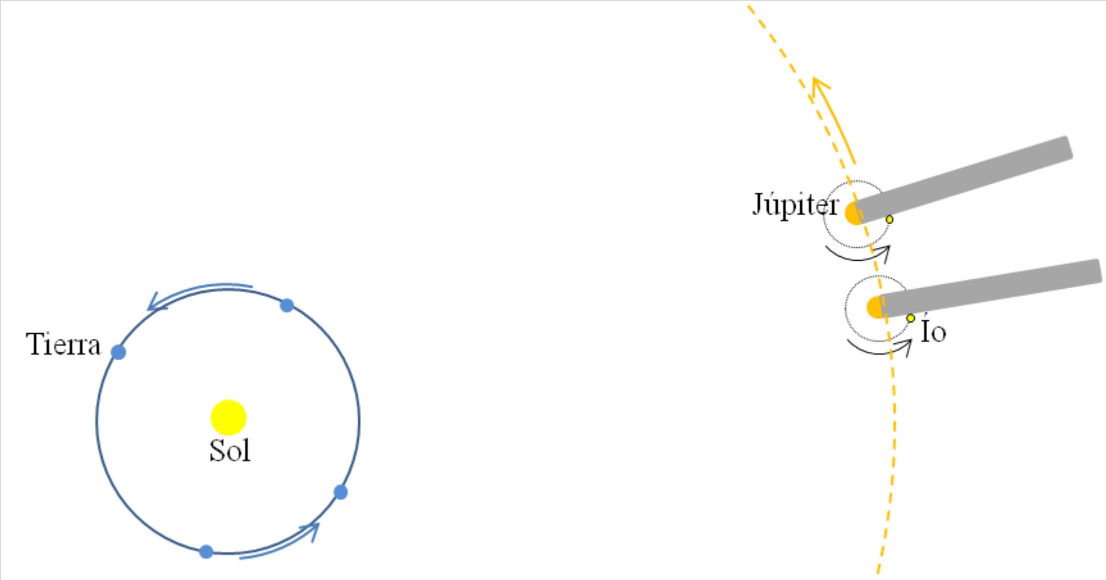
Ampliación: medida experimental de la velocidad de la luz

Olaff Rømer, astrónomo danés, era el ayudante de Giovanni Cassini en el Observatorio de París. En 1676 se dedicó a estudiar detalladamente el movimiento de Io, uno de los cuatro satélites de Júpiter descubiertos por Galileo en 1610. Era un movimiento casi circular y por tanto periódico. Se podía medir su periodo observando sus movimientos de salida de la sombra de Júpiter. Después de múltiples medidas dedujo que tardaba 42,5 h (poco más de día y medio).



Pero algo no cuadraba; en algunos casos Io salía de la sombra de Júpiter más tarde de lo previsto, en otros lo hacía antes. ¿Era posible que Io no tardara siempre lo mismo en hacer ese recorrido? No tenía mucho sentido. Hasta que se percató que tardaba más cuando Júpiter y la Tierra estaban separándose, y menos cuando se aproximaban, ahí estaba la clave. En realidad esa diferencia se debía a la diferencia de espacio que debía de recorrer la luz en cada uno de los casos. Rømer estaba en condiciones de medir la velocidad de la luz.

Galileo lo había intentado midiendo la diferencia de tiempo de un suceso entre dos puntos situados a 1 kilómetro de distancia, pero se necesitaba una distancia muchísimo mayor, la que hay entre los planetas. Con los datos del desfase entre dos eclipses sucesivos de Io Rømer dedujo que la velocidad de la luz era de 225.000 km/s y estimó que ésta tardaría 11 minutos en llegar a la Tierra desde el Sol. Se equivocó por muy poco (en realidad son unos 8 minutos con 20 segundos), pero no por el método utilizado.



La tabla siguiente indica los principales datos orbitales de los planetas. El último dato corresponde a la inclinación del plano de giro del planeta con respecto a la eclíptica

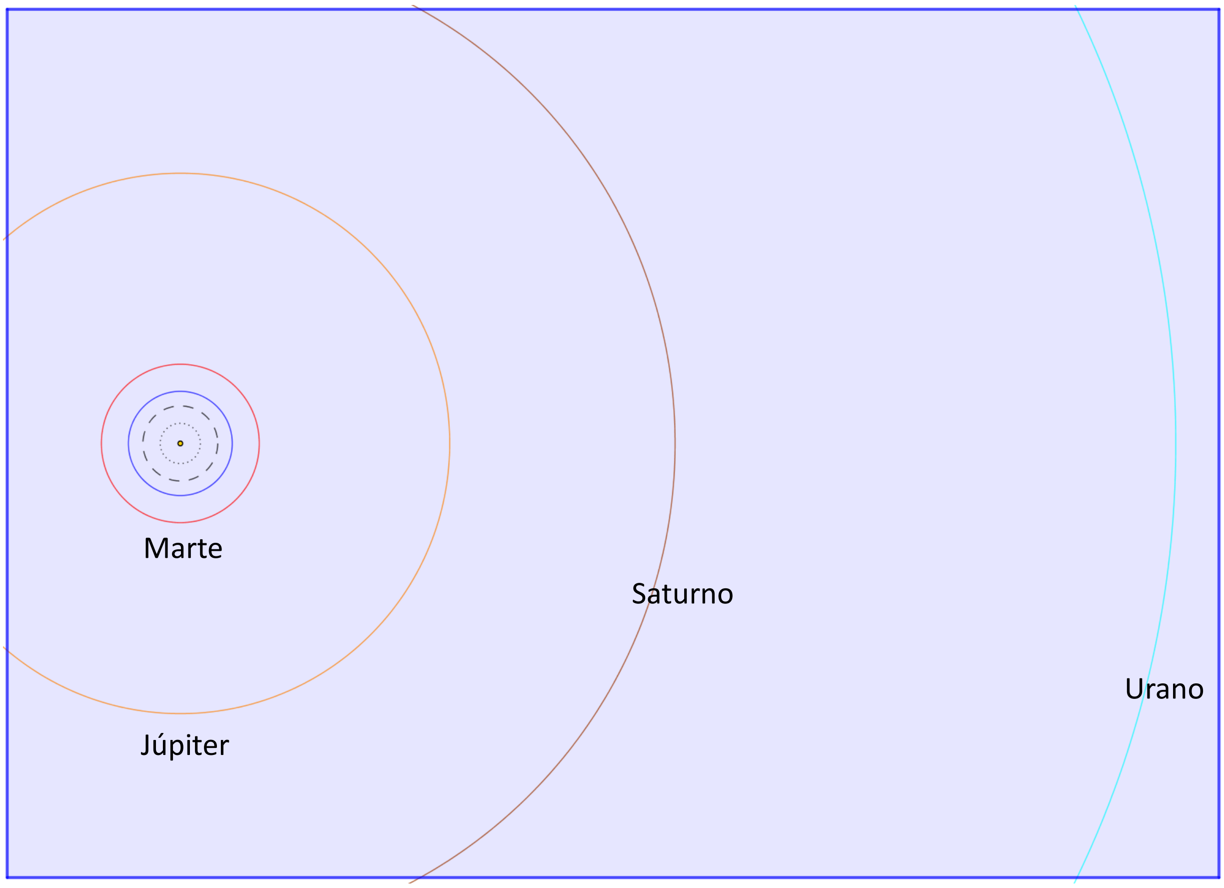
TABLA CON LOS PRINCIPALES DATOS ORBITALES DE LOS PLANETAS								
	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
P. orbital	88 d	225 d	365 d	687 d	12 a	29,4 a	84 a	164 a
P. sinódico	116 d	584 d		780 d	399 d	378 d	370 d	367,5 d
a ($x10^6$ km)	58	108	150	228	778	1.429	2.875	4.504
Excentricidad	0,2	0,007	0,017	0,093	0,048	0,056	0,046	0,009
Inclinación	7º	3,4º	0º	2º	1º	2,5º	1º	2º

9.4 TRABAJOS ESCOLARES

Poster a escala del Sistema Solar

Vas a confeccionar un dibujo en el que queden representadas las órbitas de los planetas a escala. Para ello consigue una cartulina de 50x70 cm, colócala apaisada y traza una recta en su centro, a 25 cm de cada borde. Haz una marca sobre esta recta a 10 cm del extremo izquierdo. Es la posición del Sol. Para señalar la posición y dibujar las órbitas de los planetas vas a utilizar la escala 1 cm (en el mural) = 50 millones de km (en la realidad). Calcula la distancia (en cm) que le corresponde a cada planeta según los datos de la tabla final.

Para dibujar las órbitas traza, con el compás o con un hilo, circunferencias con centro en el Sol. Te caben completas las órbitas hasta Marte. Las de Júpiter, Saturno y Urano sólo entran parcialmente.

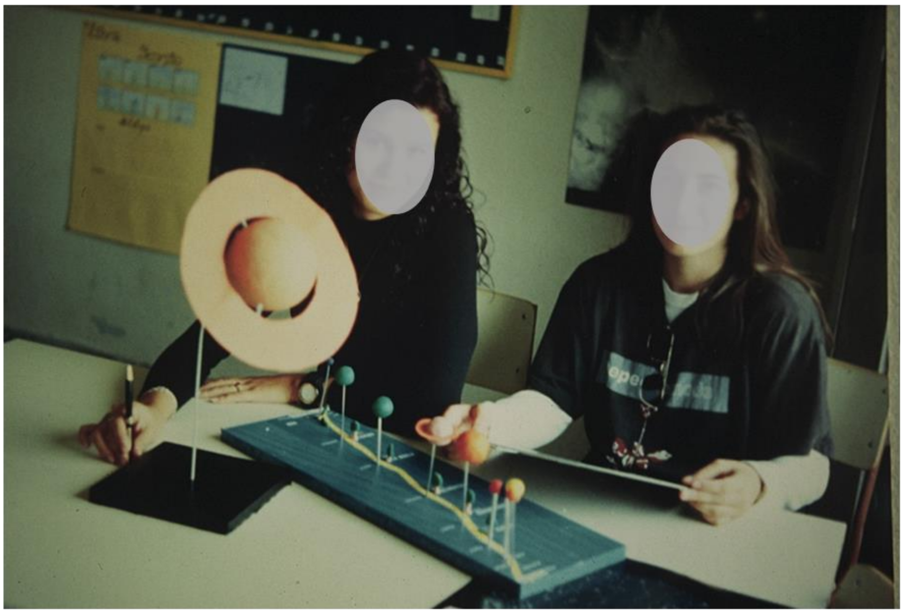


Modelos a escala

La interiorización de las distancias astronómicas es difícil. Sus enormes valores alejados de nuestra experiencia cotidiana hacen muy complicado que nos hagamos una idea cabal de las dimensiones del sistema solar. Los modelos o maquetas a escala, asociados a objetos comunes, pueden servir para hacernos más asequibles esos tamaños.

A) Vamos a situar al Sol en Madrid, en su centro clásico y punto 0 del kilometraje de las carreteras que es la Puerta del Sol. Y situaremos los planetas a lo largo de la carretera A 2 en dirección a Barcelona. Usaremos esta escala: 1 km en la carretera va a representar 10 millones de km en la realidad. Así, la Tierra estaría a 15 km y los demás planetas a las distancias indicadas en la tabla:

Mercurio	5,8	Madrid
Venus	10,8	Barajas
Tierra	15	San Fdo. de Henares
Marte	22,8	Torrejón de Ardoz
Júpiter	77,8	Trijueque
Saturno	142,9	Medinaceli
Urano	287,5	Épila
Neptuno	450,4	Alcarrás



Se puede dibujar esta carretera sobre una cartulina, como se puede ver en la fotografía, e indicar en ella las posiciones de los planetas, su distancia a la Puerta del Sol, así como la población en la que se situaría. O hacer una maqueta sobre una plancha de aglomerado, con un poco más de arte y de gracia, más adecuada para los pequeños.

B) O también se podría construir una maqueta o un mural en una ciudad como Madrid, con nuestra estrella de nuevo en la Puerta del Sol y una escala de forma que Neptuno quede a unos 9 km. Precisar el lugar en el que se encontrarían los planetas, quizá a lo largo de una calle, como la de Alcalá. Esta sería una tabla con las distancias:

Mercurio	119 m	Puerta del Sol con Alcalá
Venus	216 m	Alcalá 9, Ministerio de Hacienda
Tierra	300 m	Alcalá 13, Real Academia de Bellas Artes de San Fernando
Marte	456 m	Alcalá 25, metro Sevilla
Júpiter	1,56 km	Alcalá 81, metro Retiro
Saturno	2,86 km	Alcalá 157, metro Goya
Urano	5,75 km	Alcalá 389, metro Pueblo Nuevo
Neptuno	9 km	Alcalá 625, metro Canillejas

Siguiendo la misma escala, la estrella más próxima, α Centauro que está a 4,3 años luz se situaría en ese modelo nada menos que a ¡80.000 km!, que corresponde a la quinta parte de la distancia Tierra – Luna.

C) O en un pasillo largo del centro escolar, con murales de cada planeta a la distancia que les corresponda a escala. Quizá estaría bien incluir el tamaño de los planetas, poniendo en el mural un dibujo a escala, o colgando del techo una bola al tamaño correspondiente. La idea de la carretera Madrid – Barcelona (apartado A) podría quizá ilustrarse también en ese pasillo. En todo caso habrá que adaptar la escala a la longitud de que dispongamos.

La danza de los planetas

En el patio del centro escolar, o en un terreno despejado de unos 25x25 m, dibujaremos a escala las órbitas de los planetas y señalaremos, para cada uno de ellos, la distancia que recorre en una semana de manera que cada órbita quede jalonada por una serie de marcas que indican la posición del planeta de semana en semana.

Trazaremos las órbitas (con tiza, cinta aislante, pintura, o lo que nos parezca) como circunferencias con centro en el Sol, pues no necesitamos precisión. Podemos utilizar una cuerda. Con una cinta métrica, o con una cuerda con dos nudos a la distancia adecuada, vamos recorriendo cada órbita señalando en ella las posiciones semanales. A partir de Júpiter el movimiento es tan lento que proponemos hacer una marca cada diez semanas, y no hace falta completar toda la circunferencia, bastará dibujar unas pocas (diez o quince).

Colocamos un alumno en cada órbita y vamos marcando el ritmo de avance con un tambor, un silbato, etc. Cada alumno debe avanzar por su órbita de marca en marca con cada señal simulando de esta manera los movimientos del sistema solar. El alumno-Júpiter y el que haga de Saturno (si es que nos da el patio para tanto) deben avanzar una marca cada diez señales; lo mejor es que vayan poco a poco, contando mentalmente, para llegar a la siguiente marca en el momento adecuado. Con un poco de ensayo esto sale perfecto.

Tabla con los datos necesarios: R = radio de la órbita
L = avance semanal (los que llevan * es cada 10 semanas)

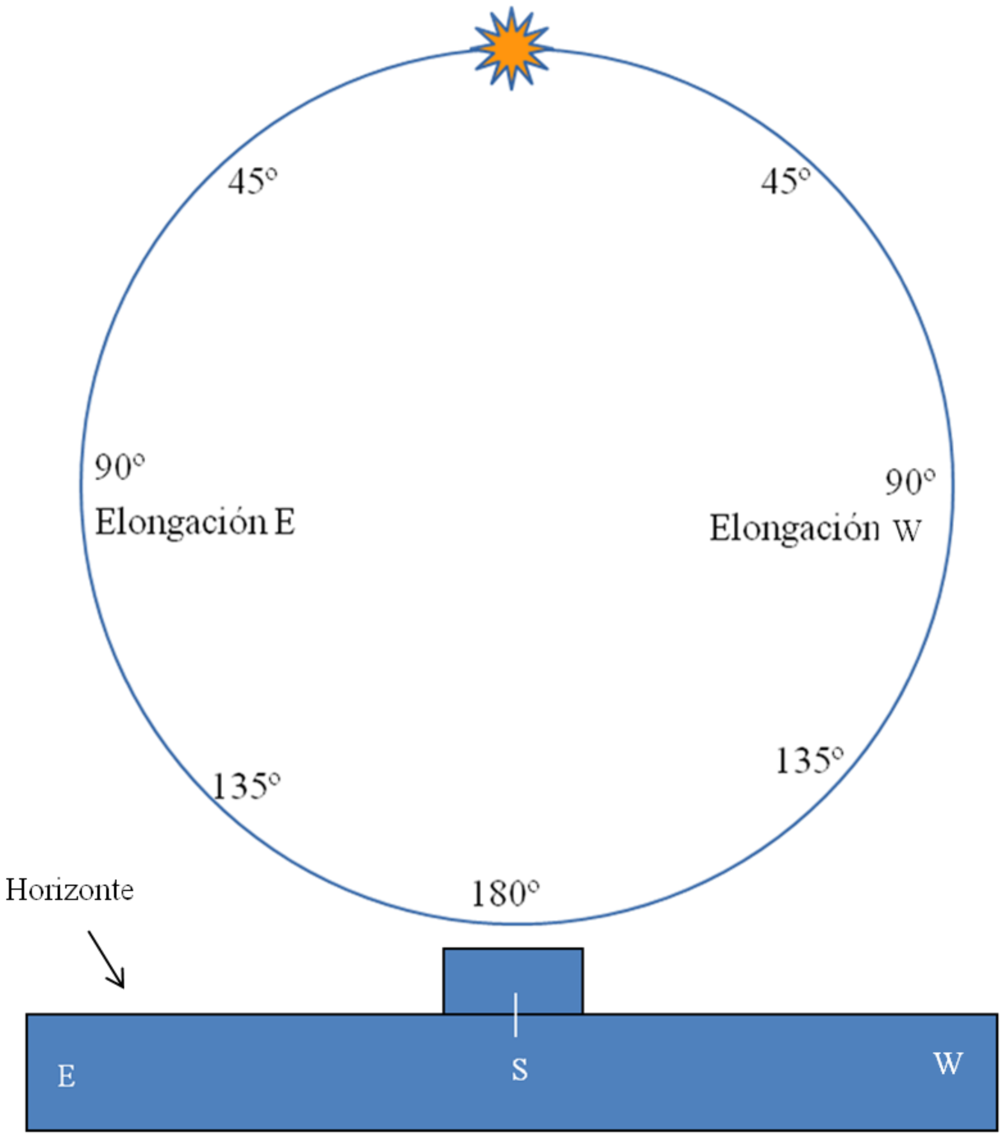
Planeta	**R (m)**	**L (cm)**
Mercurio	0,77	37
Venus	1,45	28
Tierra	2	24
Marte	3,05	20
Júpiter	10,4	105*
Saturno	19,1	78*

Una vez puesto en marcha todo el mecanismo es posible pararlo cuando nos interese para hacer ver diferentes posiciones de interés (conjunciones, oposiciones); también puede simplificarse y poner en marcha solo dos planetas (la Tierra y Marte, por ejemplo) y analizar con algo de detalle lo que pasa, lo que se ve desde nuestro planeta.

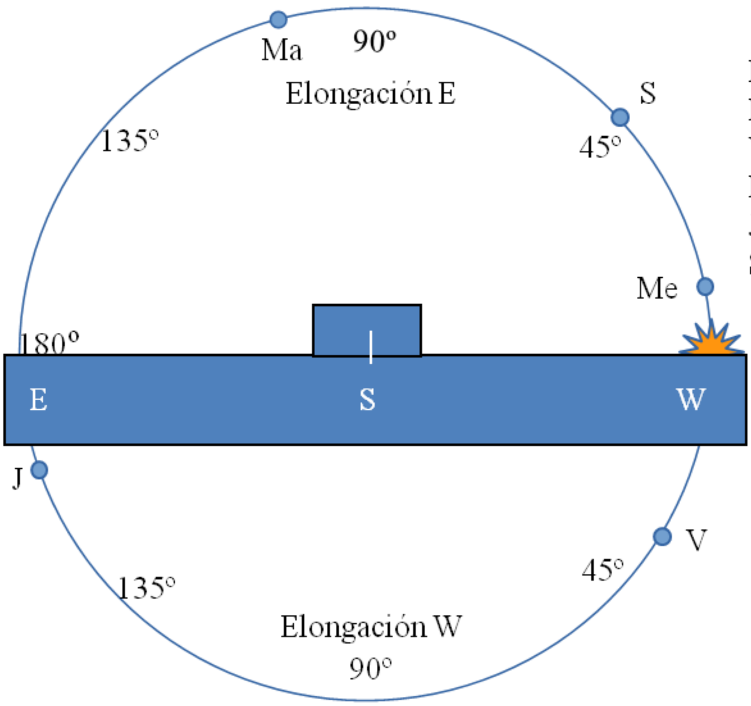
Visibilidad de los planetas

Para mostrar qué planetas van a poderse observar nada más anochecer, cuáles están por encima del horizonte toda la noche o los que solo podrán verse poco antes del alba, se puede construir algo análogo al “temporizador” que utilizamos para la Luna. Necesitamos de todas formas conocer de antemano la elongación de cada planeta para poderlos situar debidamente. Esta elongación hay que obtenerla de alguna revista especializada, páginas web de efemérides astronómicas o de algún programa informático.

Una vez conocida la elongación de cada planeta los podemos situar en la plantilla de la figura superior. Ésta debe poder girar por detrás de un horizonte.

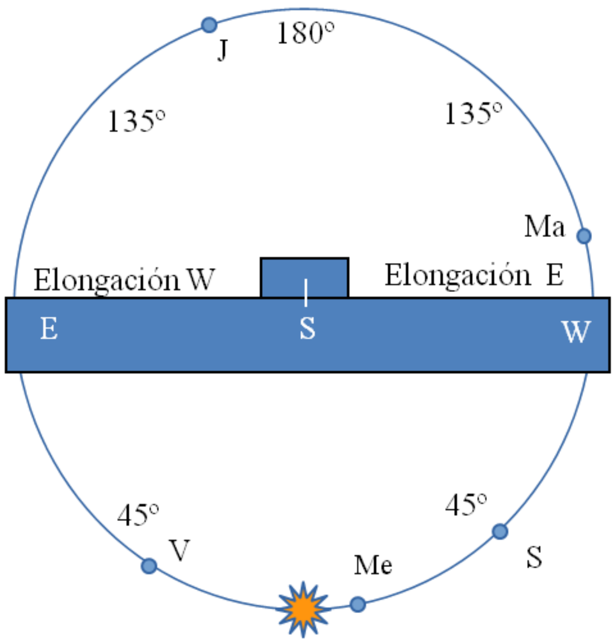


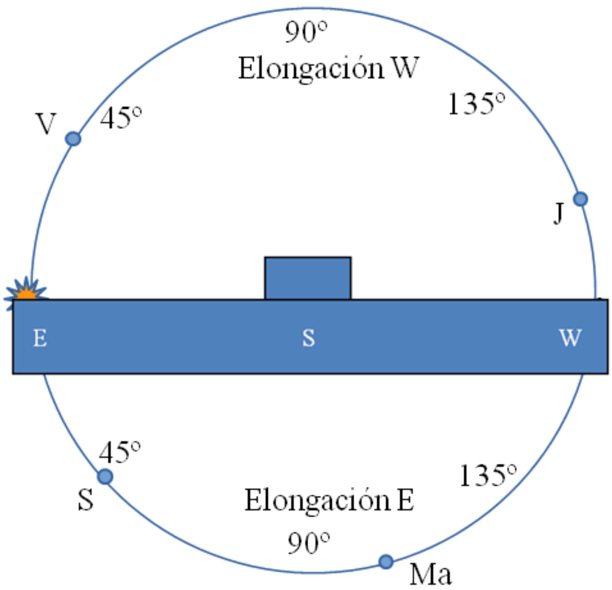
Por ejemplo con los datos indicados en la tabla adjunta resultaría la plantilla de la figura inferior. Si superponemos la plantilla al horizonte y la vamos girando podemos analizar qué planetas serán visibles a diferentes horas. Al atardecer, como se observa con el Sol al W, sólo serán visibles Saturno (hacia el SW y ya próximo a ponerse) y Marte (hacia el S, muy alto); Mercurio, tan cerca del Sol será indetectable.



Planeta	Elongación
Mercurio	10º E
Venus	35º O
Marte	105º E
Júpiter	160º O
Saturno	45º E

A medianoche ya Marte estará a punto de ponerse, pero Júpiter brillará bien alto en el cielo S.





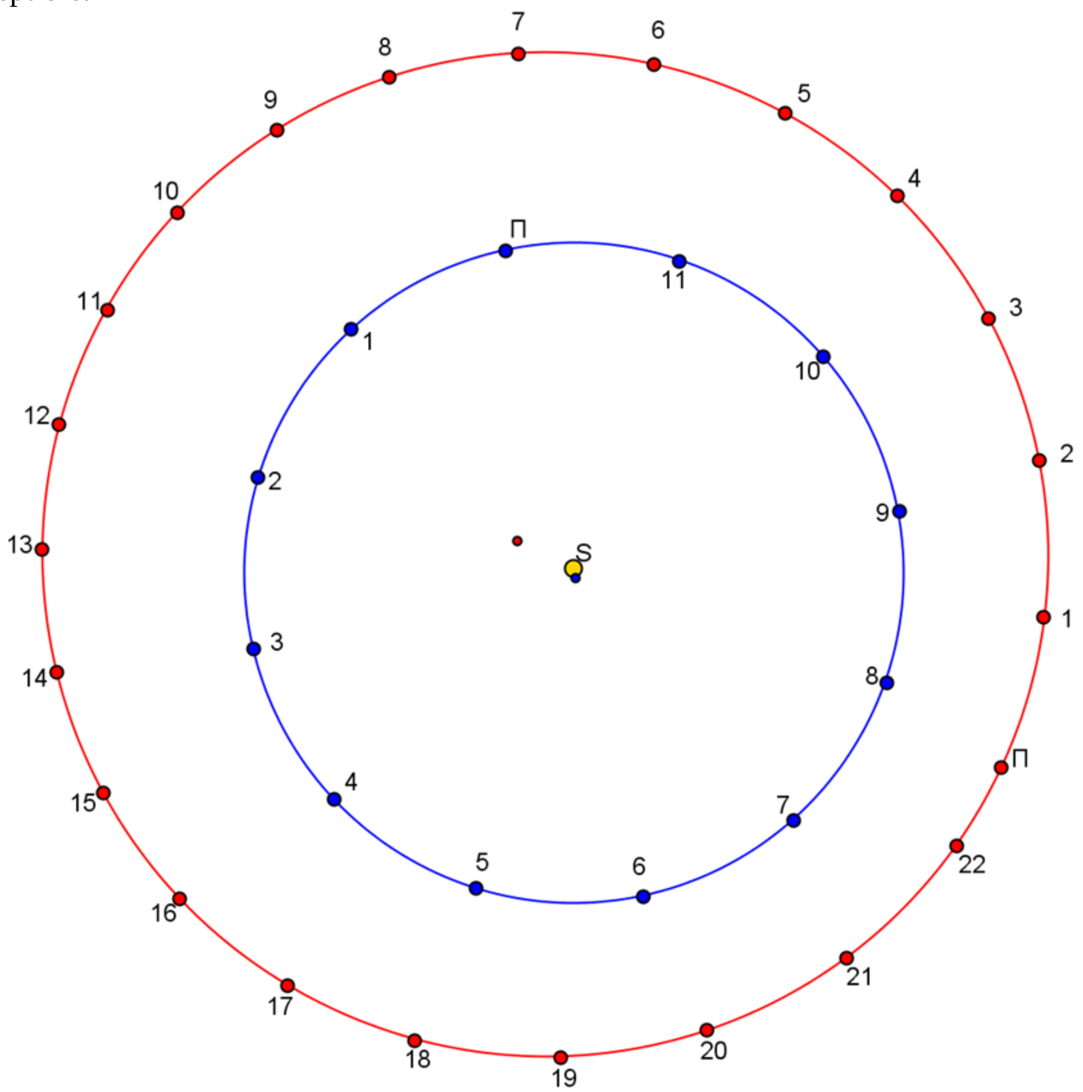
Por último, poco antes del amanecer Júpiter aún será visible, bajo y hacia el W, pero por el horizonte E podremos ver al lucero del alba, Venus, que sale algo antes que el Sol.

Órbitas de la Tierra y Marte a escala

En la figura siguiente están dibujadas las órbitas de la Tierra en azul y de Marte en rojo tal y como son realmente, a escala, con su orientación, sus focos, el perihelio Π de cada uno y sus posiciones de mes en mes, contadas a partir del perihelio. Para la Tierra hay 12 puntos, uno por mes, y para Marte hay 23 puntos. Dado que Marte recorre su órbita en 687 días (que son unos 22 meses y medio) el último tramo (entre la posición 22 y Π) no corresponde a un mes sino solo a unos 16 días.

Puedes fotocopiarla en una cartulina grande o en una hoja de formato DIN A3 para verla bien y poder analizar algunas cuestiones.

Observa que los dos focos de la órbita terrestre (el Sol y el cercano punto azul) son casi coincidentes, mientras que los focos de la órbita marciana sí que tienen una separación bien perceptible.



Fíjate ahora en que, mientras el avance de la Tierra es prácticamente regular y uniforme, el de Marte en cambio sí que varía notablemente. Puedes medir la distancia en los tramos Π-1 (cerca del perihelio) y 11-12 (próximos al afelio) y apreciar que la primera es considerablemente mayor que la segunda. Pero los tramos mensuales marcianos son siempre más cortos que los terrestres: Marte tiene menor velocidad orbital.

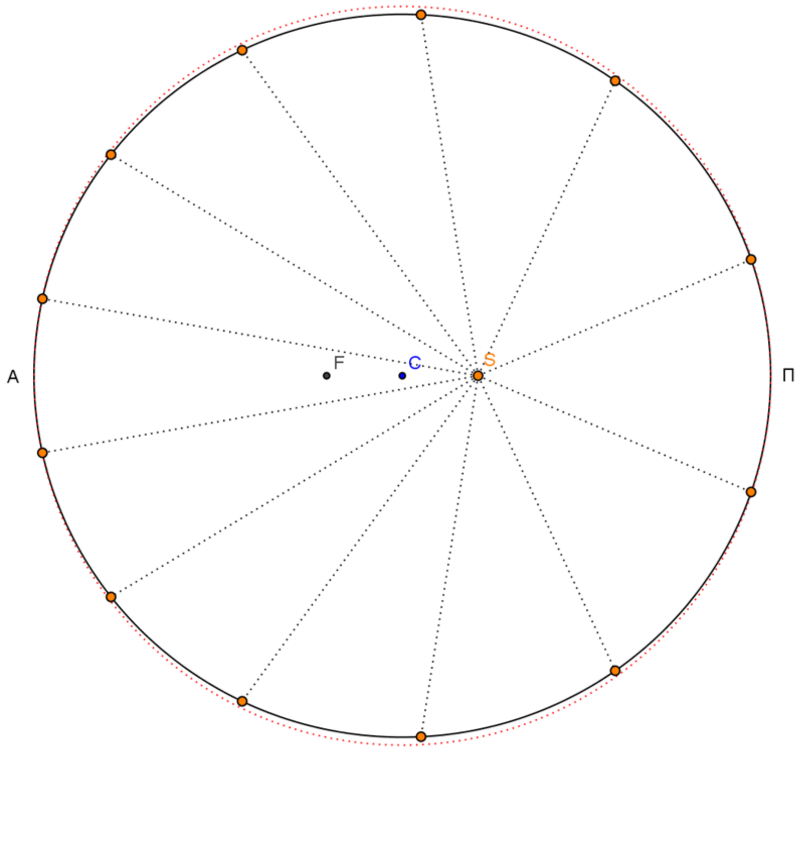
También puedes buscar posiciones destacadas (oposiciones, cuadraturas, conjunciones). Por ejemplo en T2-M12 hay una oposición, en T10-M7 Marte se presenta en cuadratura (Oeste) y en T9 – M14 tendríamos una conjunción.

El mejor momento para observar al planeta rojo es en su oposición pues entonces Marte está más cerca de nosotros y lo veremos más brillante y aparentemente más grande. Sin embargo la oposición puede producirse en cualquier lugar de sus órbitas, como en T2-M12, pero también podría ocurrir aproximadamente en T9-M2, y esas mínimas distancias oscilan apreciablemente dada la excentricidad de la órbita marciana. Por eso hay oposiciones especialmente "buenas", como la T9-M2, si Marte está próximo a su perihelio.

Mercurio y la 2ª ley de Kepler

La órbita de Mercurio es la que tiene mayor excentricidad de todas y por ello resulta muy llamativa la gran variación de su velocidad orbital, como se muestra en la figura inferior. S es el Sol, F el otro foco, C el centro, Π el perihelio y A el afelio. Se ha dibujado una circunferencia (punteada en rojo) de centro C y radio la distancia media de Mercurio al Sol (el semieje mayor de la elipse). ¡Sigue siendo casi, casi igual que la elipse! Los 12 puntos sobre la órbita corresponden a posiciones del planeta igualmente espaciadas en el tiempo (poco más de una semana de una a otra).

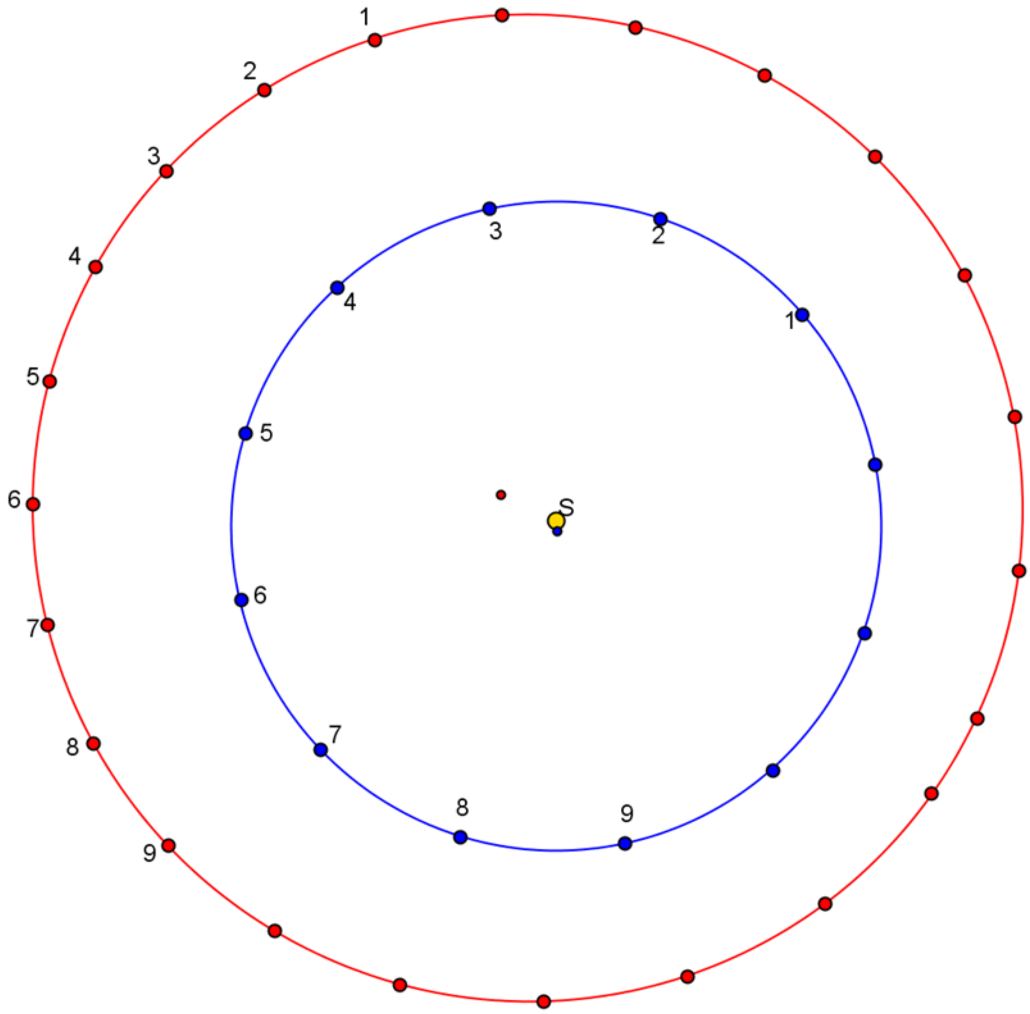
Puedes fotocopiarlo en grande o dibujarlo en una cartulina o incluso se podría dibujar en un gran mural o en el suelo del aula.



Con un transportador puedes medir el ángulo (siempre con vértice en S) avanzado por Mercurio en cada semana. Comprobarás que cerca del perihelio se mueve más del doble de deprisa que en las cercanías del afelio.

Mural o maqueta de una retrogradación de Marte

Aquí tienes de nuevo las órbitas de la Tierra y de Marte a escala y con todas sus proporciones reproducidas fidedignamente (salvo la inclinación relativa de ambos planos orbitales). Las posiciones representadas son simultáneas (es decir, cuando la Tierra estaba en 1, Marte también se encontraba en su posición 1) y centradas en la oposición (posiciones 5 de ambos).



Haz una fotocopia en una hoja DIN A3, pégala sobre una plancha de cartón pluma o similar y colócala sobre un pupitre en el extremo del aula más alejado de la pizarra. Hazlo de forma que la línea recta Sol- T5 – M5 se dirija en perpendicular a la pizarra.

Con un hilo fino muy largo (los de coser suelen funcionar bien) une las posiciones simultáneas (T1 - M1 por ejemplo). Puedes clavar un alfiler en T1, atar allí el hilo y, haciendo que pase por la posición M1, desenrolla el hilo y haz que llegue hasta la pizarra, marca allí el punto donde estaría Marte visto desde la Tierra. La pizarra hace el papel del lejano telón de fondo de las constelaciones.

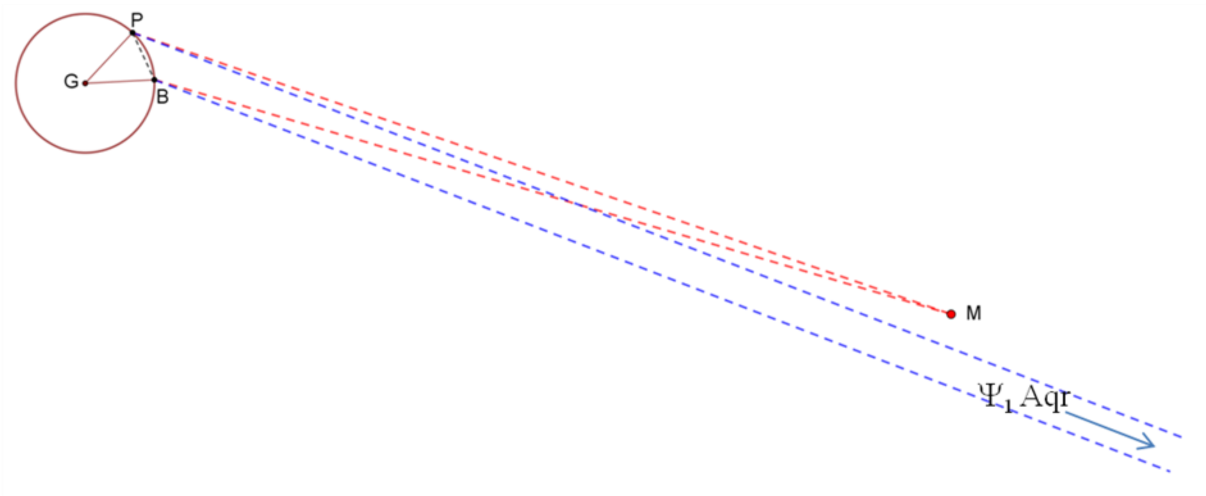
Haz lo mismo con las demás posiciones (T2 – M2, etc.), como en la figura 9.12. En la pizarra verás aparecer, no el clásico bucle o lazo, puesto que hemos puesto las dos órbitas como si estuvieran en el mismo plano, pero sí un claro movimiento de vaivén, un avance de derecha a izquierda, un momentáneo retroceso y una vuelta a la marcha habitual.

Ampliación: La distancia Tierra – Marte

Uno de los primeros intentos por determinar las distancias en el sistema solar en épocas modernas fue el dirigido por Giovanni Domenico Cassini en 1672 cuando acababa de ser nombrado director del observatorio de París.

En septiembre de ese año se produjo una buena oportunidad para medir la distancia Tierra – Marte, ya que el planeta rojo se iba a encontrar en una oposición especialmente favorable por estar más cerca de la Tierra que lo habitual. Cassini envió a su ayudante Jean Richer a la Guayana francesa (latitud 5º N) mientras él mismo trabajó en París (49º de latitud N).

Desde ambas localidades observaron la posición de Marte respecto a las estrellas el día 5 de septiembre, en el que se produjo la oposición y el máximo acercamiento de los dos planetas. Eligieron en concreto la estrella Ψ_1 Aqr, de magnitud 4,2 y muy próxima a Marte en ese momento. Con mediciones lo más precisas que pudieron y no pocos cálculos encontraron que en París Marte se situaba 36' 34" más al N que Ψ_1 Aqr mientras que a 5º de latitud N esa distancia era de 36' 48". Una minúscula diferencia de tan solo 14", un ángulo muy, muy pequeño. Con ese dato pudieron resolver el triángulo PMB de la figura.



En ese triángulo son conocidas las posiciones de los puntos P (París) y B (a la misma latitud que la Guayana, pero en el meridiano de París), la distancia entre ellos y los ángulos con los que se vio Marte desde ambos. Faltaba el dato clave, el minúsculo ángulo que se forma en M que mide justamente esos 14".

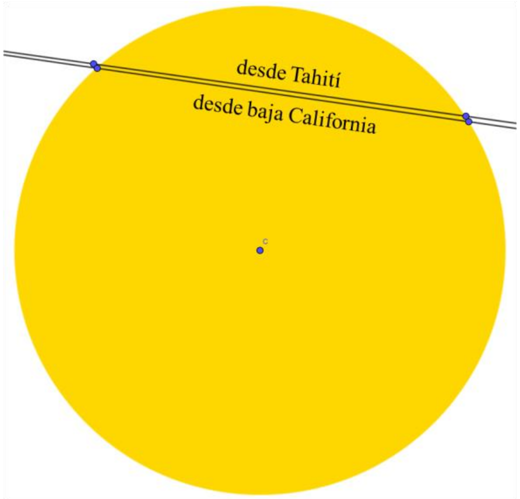
El resultado de sus cálculos dio para la distancia Tierra – Marte un valor de 54,8 millones de km. La cifra exacta en esa fecha era de 57 millones de km. Un error de un 4%, todavía importante pero ya dentro de unos márgenes más que razonables. El orden de magnitud quedaba así asentado definitivamente. Con ese dato dedujo la distancia Tierra – Sol encontrando un valor de 146,5 millones de km (frente a los 150 correctos).

Referencias: http://clea-astro.eu/archives/cahiers-clairaut/CLEA_CahiersClairaut_137_05.pdf

El tránsito de Venus de 1769

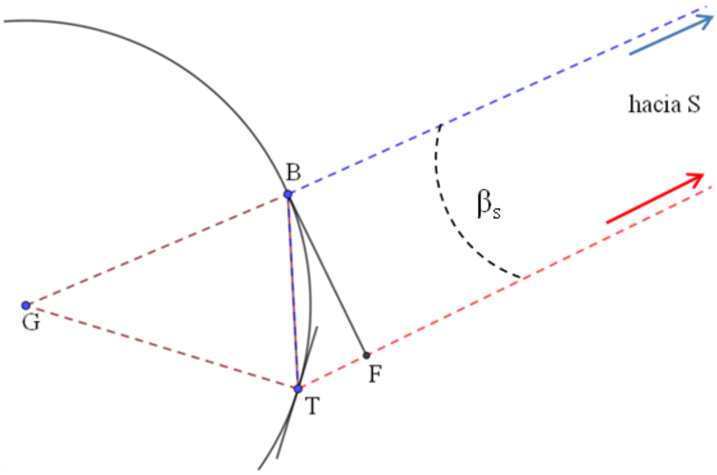
Edmund Halley propuso en 1716 un nuevo método para calcular la distancia Tierra – Sol: utilizar observaciones de un tránsito de Venus por delante del Sol desde dos lugares de la Tierra suficientemente alejados entre sí. Había dos oportunidades, en 1761 y 1769. Las expediciones organizadas en 1761 no fueron fructíferas, pero sí la de 1769. Nos fijaremos en dos de ellas, la más famosa, la del capitán James Cook a Tahití (a 17º 32' de latitud Sur) y otra que observó el tránsito desde al cabo San Lucas en Baja California (entonces bajo dominio español, a 22º 54' de latitud Norte) por Jean-Baptiste Chappe d'Auteroche, Vicente de Doz y Salvador de Medina.

La distancia entre las dos trayectorias aparentes de Venus sobre el disco solar (con un diámetro de 31' 31") fue un casi imperceptible ángulo $\Delta\alpha = 14{,}8''$.



Pero gracias a él se pudo calcular el paralaje del Sol β_S, el ángulo que forman las rectas trazadas desde S (el centro del Sol) hasta los dos puntos de observación: T (Tahití) y B (Baja California). Resultó $\beta_S = 5{,}7''$.

Ya solo quedaba resolver algunos triángulos. Como las latitudes de B y de T, así como la altura del Sol en el centro del tránsito en ambos puntos, son datos conocidos, no queda más que hacer algunas operaciones trigonométricas relativamente sencillas.



BT ≈ 4.358 km y el segmento BF (perpendicular a la línea TS) mide unos 4.011 km.

En el triángulo BFS, el ángulo BSF = $\beta_S = 5{,}7''$, por lo que sen 5,7" = BF / BS.

Y la distancia Tierra – Sol = BS = BF / sen 5,7" = 4.011 / sen 5,7" ≈ $145 \cdot 10^6$ km.

Una estimación notablemente acertada.

Ampliación: Conservación del Momento angular L

La 2ª Ley de Kepler se puede deducir de la Ley de la Conservación del Momento angular.

Consideremos un cuerpo de masa m que se desplaza con velocidad **v** y está sometido a una fuerza externa **F**. Definiremos en este caso las siguientes magnitudes físicas:

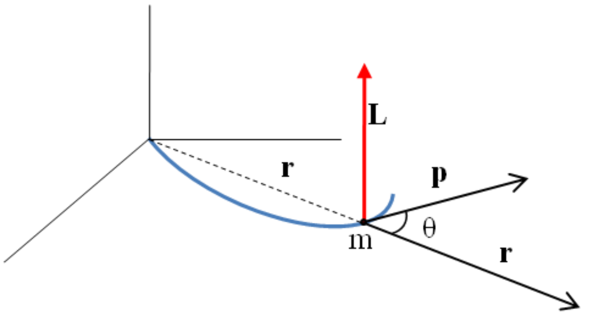
- La cantidad de movimiento o momento lineal es el producto escalar de la masa por el vector velocidad

  $\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v}$

- El momento angular es el momento de la cantidad de movimiento, es decir el producto vectorial de los vectores de posición y momento lineal **r** y **p**

  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{v})$

  $|\mathbf{L}| = m \cdot r \cdot v \cdot \text{sen}\ \theta$



- El momento de una fuerza es el producto vectorial de los vectores de posición y fuerza, **r** y **F**

  $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$

➢ Analicemos como es la variación de **L** con el tiempo

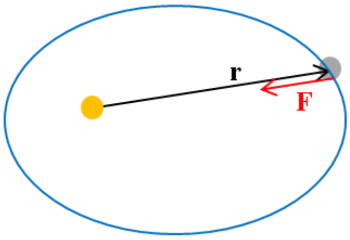
$d\mathbf{L}/dt = m \cdot d(\mathbf{r} \times \mathbf{v})/dt = m \cdot ((d\mathbf{r}/dt \times \mathbf{v}) + (\mathbf{r} \times d\mathbf{v}/dt)) = m \cdot ((\mathbf{v} \times \mathbf{v}) + (\mathbf{r} \times \mathbf{a})) = \mathbf{0} + (\mathbf{r} \times m \cdot \mathbf{a}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{M}$

Por tanto siempre se cumple que el momento de una fuerza es igual a la variación del momento angular

$\mathbf{M} = d\mathbf{L}/dt$

➢ Un planeta que gira alrededor del Sol está sometido a una fuerza central, ya que ésta siempre se dirige hacia el mismo punto: nuestra estrella.
En este caso los vectores **r** y **F** forman un ángulo de 180º y su producto vectorial es nulo, ya que sen 180º = 0

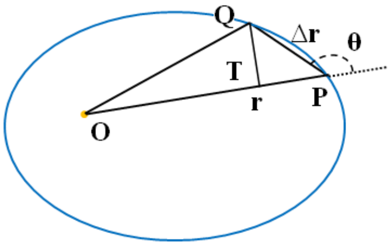
$\mathbf{M} = d\mathbf{L}/dt = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{L} = \text{cte}$



Para fuerzas centrales el momento angular **L** se mantiene constante. Es la ley de la conservación del Momento Angular

L es constante en dirección
→ los vectores **r** y **v** están siempre en el mismo plano
→ las órbitas deben de ser planas

$|\mathbf{L}|$ es constante → $L = m \cdot r \cdot v \cdot \text{sen}\ \theta = \text{cte}$



Considerando que $v = \Delta r/\Delta t$ y $\Delta r \cdot \text{sen}\ \theta = QT$

$L = m \cdot r \cdot v \cdot \text{sen}\ \theta = (m \cdot r \cdot \Delta r \cdot \text{sen}\ \theta)/\Delta t = (m \cdot r \cdot QT)/\Delta t$

La superficie del triángulo OQP es

$S_T = (r \cdot QT)/2 \rightarrow r \cdot QT = 2 \cdot S_T \rightarrow L = m \cdot 2 \cdot S_T/\Delta t = \text{cte}$

Puesto que la masa es constante, podemos indicar que $S_T/\Delta t$ es constante, que coincide con el enunciado de la 2ª Kepler.

Ampliación: energía y trayectoria

La fuerza gravitatoria es conservativa y central. Esto tiene como consecuencia que el Momento Angular **L** (analizado en otra ampliación) y la Energía Mecánica son constantes.

- Energía de un satélite en órbita circular

  La Tierra, de masa M_T, crea una Campo gravitatorio a su alrededor, cuya energía potencial viene dada por la siguiente expresión

  $$E_p = \frac{-G \cdot m \cdot M_T}{r}$$

  Consideremos ahora un satélite de masa *m* que orbita con una trayectoria circular alrededor de la Tierra con velocidad ***v*** y a una distancia ***r***. Si tenemos en cuenta que la fuerza gravitatoria actúa en este caso como fuerza centrípeta, y aplicamos la 2ª Newton obtenemos

  $$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad \rightarrow \quad v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

  La energía cinética se puede expresar

  $$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r}$$

  En esta situación la Energía cinética es la mitad de la energía potencial cambiada de signo y la energía total para un satélite orbitando circularmente alrededor de la Tierra será

  $$E_T = E_p + E_c = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r} + \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r} = \frac{-G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r}$$

- Velocidad de escape

  Si tenemos un objeto en la superficie de la Tierra, de radio R, la energía potencial viene dada por la expresión

  $$E_P = \frac{-G \cdot M \cdot m}{R}$$ donde R es el radio del planeta

  Si desde ese punto queremos que dicho objete "abandone" el campo gravitatorio tendrá que adquirir una velocidad tal que la energía total se anule, es la denominada velocidad de escape.

  $$E_p + E_c = \frac{-G \cdot M \cdot m}{R} + \frac{m \cdot v^2}{2} = 0 \rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Ejercicio

En la tabla siguiente viene indicada la masa y el radio tanto de los planetas como del Sol. Utilizando la expresión anterior calcula la velocidad de escape de cada uno de ellos y exprésala en km/s. $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *(S.I.)*

	Sol	*Me*	*V*	*T*	*Ma*	*J*	*S*	*U*	*N*
Masa ($\cdot 10^{24}$ *kg)*	$2 \cdot 10^6$	*0,36*	*4,90*	*5,98*	*0,66*	*1900*	*587*	*87*	*102,5*
Radio ($\cdot 10^6$ *m)*	$7 \cdot 10^2$	*2,42*	*6,05*	*6,37*	*3,38*	*71,3*	*60,2*	*25,5*	*24,7*

*Haz clic **aquí** para ver la solución*

- Trayectoria y órbita

Consideremos el campo gravitatorio creado por el Sol, las expresiones anteriores serán similares, sólo debemos tener en cuenta que la masa de nuestra estrella, M_S.

Las posibles trayectorias son las correspondientes a las cuatro cónicas: circunferencia, elipse, parábola e hipérbola. Las dos primeras son órbitas cerradas mientras que las dos últimas abiertas. Dicha trayectoria va a depender de la energía total que posea un cuerpo que esté bajo la acción de su campo gravitatorio.

$E_T = \frac{-G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r}$ → Circunferencia

$\frac{-G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r} < E_T < 0$ → Elipse

$E_T = 0$ → Parábola

$E_T > 0$ → Hipérbola

En el sistema solar, los planetas tienen órbitas elípticas de tal forma que al aumentar la masa, tiende a disminuir su excentricidad; los asteroides tienen trayectorias generalmente más elípticas que la mayoría de los planetas.

Los cometas de gran periodo tienen trayectorias muy elípticas. Los cometas de muy gran periodo tienen trayectorias a menudo indeterminadas; de hecho suelen ser muy sensibles a las perturbaciones gravitacionales, finalmente existen otros cometas de órbitas parabólicas que se aproximan al Sol una sola vez.

Los cuerpos con trayectoria hiperbólica no están atrapados por la gravedad del Sol y pueden escapar del Sistema Solar. Puesto que es bastante viejo, el número de cuerpos con trayectoria hiperbólica es muy pequeño: algunos fragmentos de roca desprendidos en las colisiones entre cuerpos del Sistema Solar y las sondas espaciales diseñadas para este propósito (por ejemplo los Pioneer o los Voyager de la NASA).

Ampliación: Cálculo de la constante k

El estudio de las leyes de Kepler condujo a Newton a la formulación de la Ley de la Gravitación Universal.

No obstante actuaremos en sentido inverso y podremos deducir a partir de la ley de Newton la constante de proporcionalidad k de la 3ª ley de Kepler y con ello las masas de planetas y estrellas.

Si "M" es la masa del Sol y "m" la de un planeta y teniendo en cuenta que la fuerza gravitatoria actúa como fuerza centrípeta, la 2ª ley de la Dinámica se expresará en ese caso

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Puesto que se trata de órbitas casi circulares de periodo T, la velocidad lineal será

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

Sustituyendo en la expresión anterior

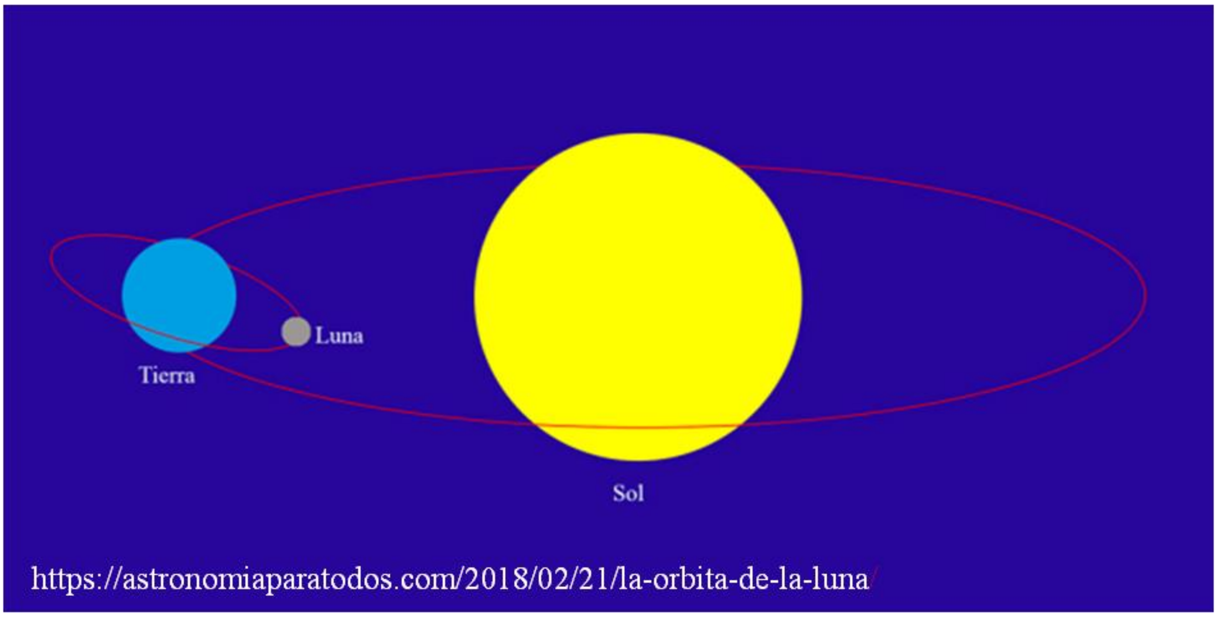
$$\frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{r \cdot T^2}$$

Despejando T^2

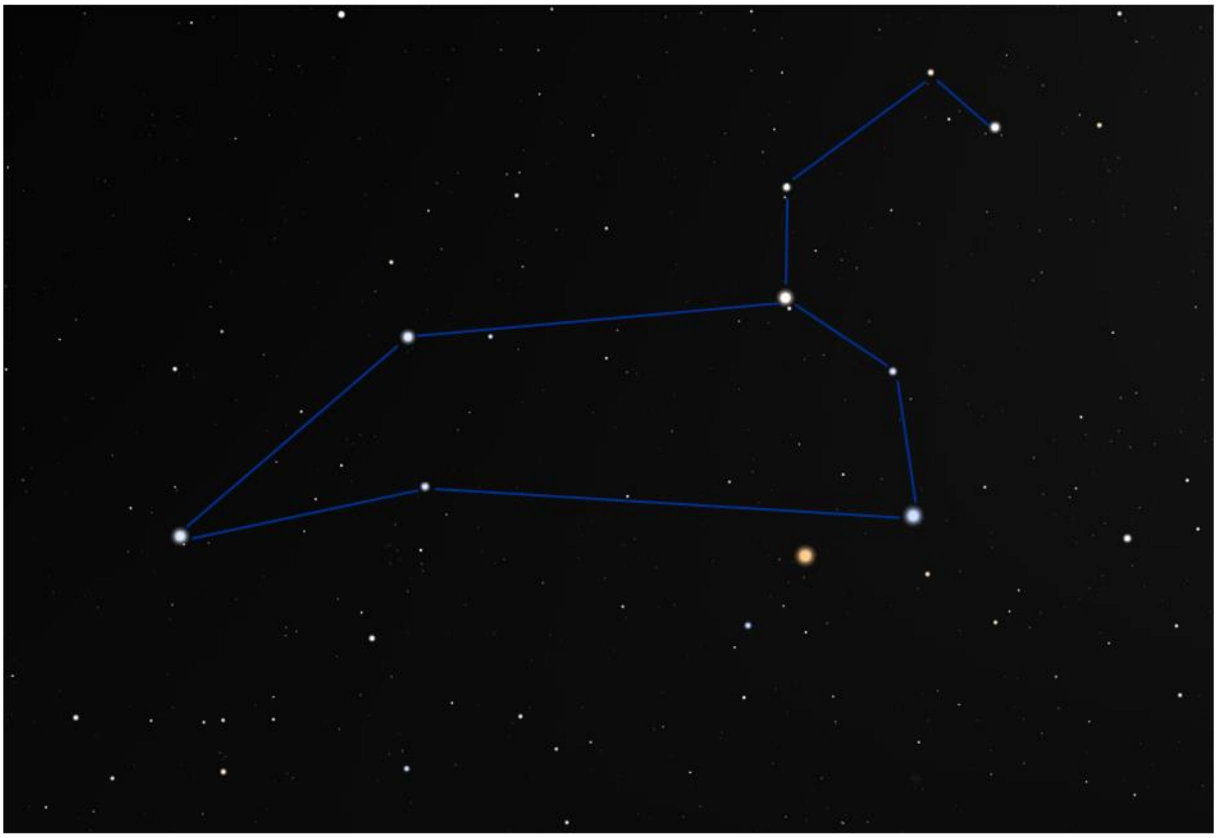
$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot}{G \cdot M} \cdot r^3 = k \cdot r^3$$

A partir de la expresión anterior y conocidos los periodos de un planeta y su radio medio es posible calcular la masa del Sol. De igual forma podremos obtener la masa de los planetas a partir de los datos de sus satélites

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2}$$



Ejercicio 9.1

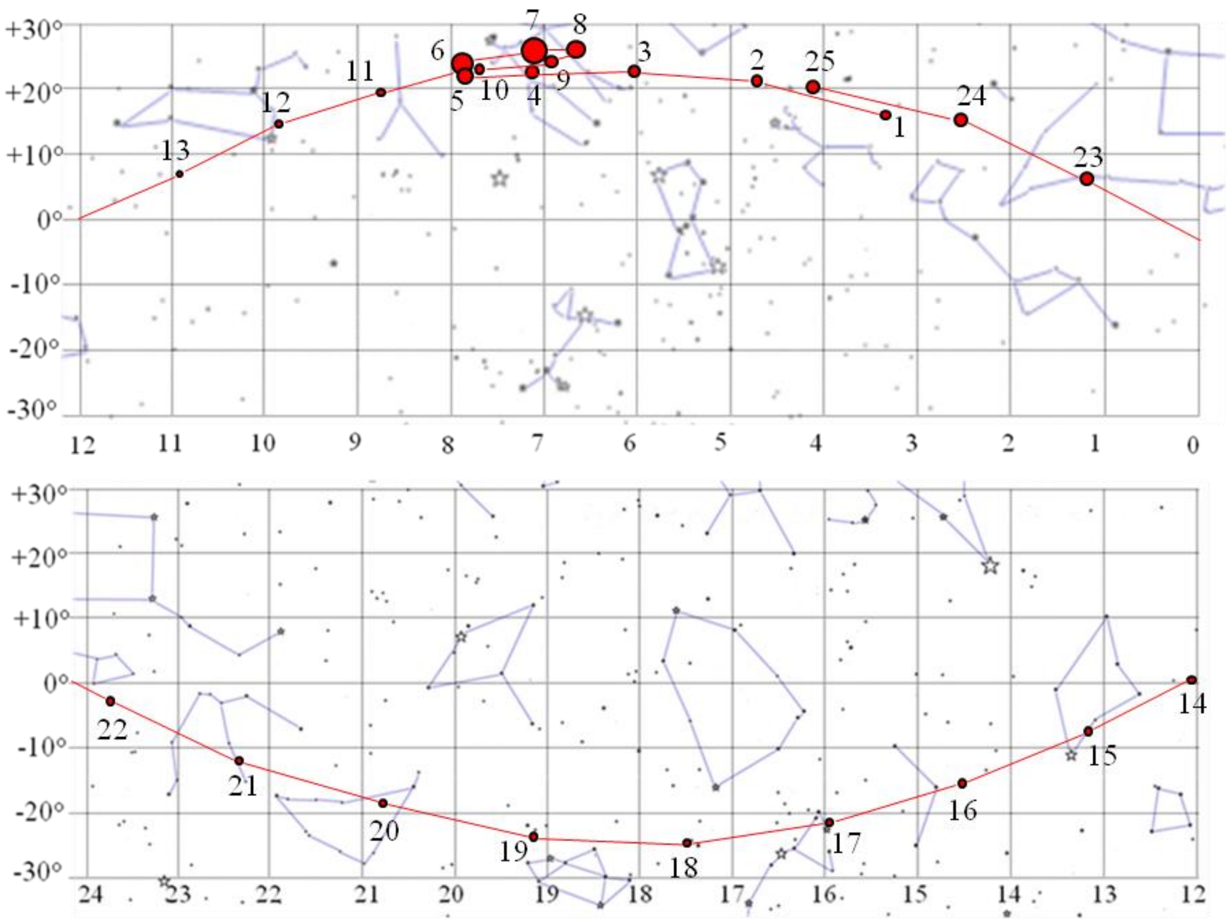


Es la constelación de Leo. Como Régulus es de primera magnitud y en el mapa esa "estrella invitada" aparece algo más brillante podemos asignarle una magnitud 0 aproximadamente.

Ejercicio 9.2

Los números indican las posiciones, desde julio de 1992 hasta julio de 1994.

Ejercicio 9.2 Gráfica



Su trayectoria es muy parecida a la del Sol, casi siempre muy cerca de la eclíptica. Marte hizo su bucle en la constelación de Géminis entre noviembre de 1992 y abril de 1993 alcanzando su máximo brillo en enero de 1993, en mitad de la retrogradación, y completó su recorrido zodiacal en algo menos de dos años.

Ejercicio 9.3

En 116 días la Tierra ha avanzado un ángulo de $\frac{360°}{365{,}25\ días}\ 116\ días = 114{,}3°$

Por tanto, en ese mismo tiempo Mercurio habrá recorrido 360º + 114,3º = 474,3º

Así que para completar una vuelta de 360º necesitará $\frac{360°}{474{,}3°}\ 116\ días = 88\ días$

Ese es, pues, su periodo orbital.

Ejercicio 9.4

En cualquier circunferencia la tangente y el radio siempre forman un ángulo recto; por tanto los ángulos del triángulo STV_2 son: $V_2 = 90º$, $T = 47º$ y $S = 43º$ (lo que falta hasta 180º).

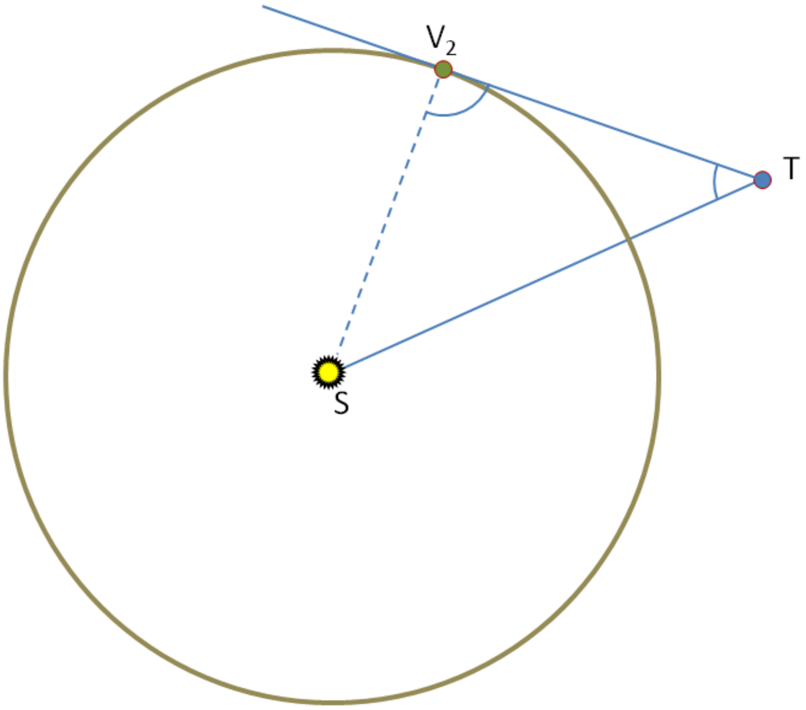
Dibujamos:

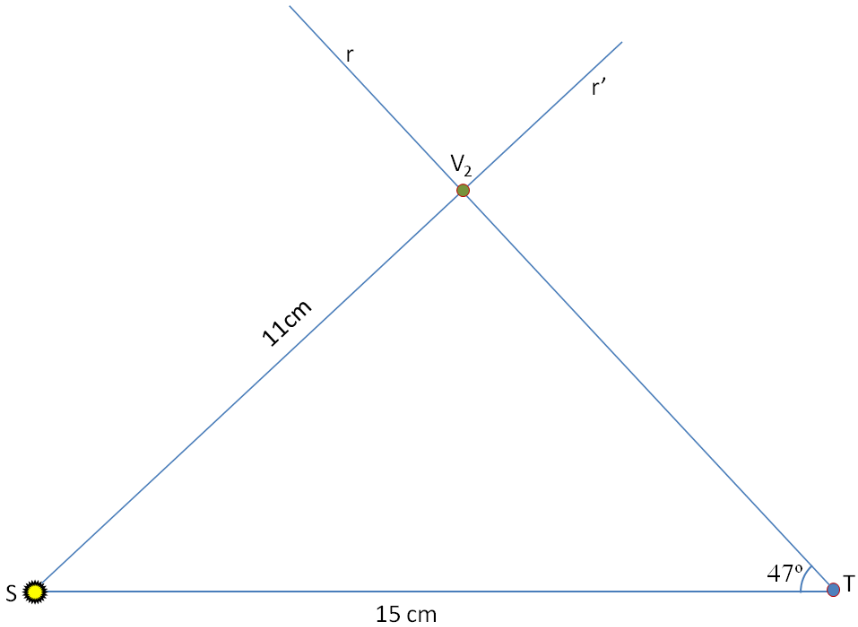
a) Un segmento horizontal (ST) que mida 15 cm.

b) Una recta (r) desde T que forme un ángulo de 47º con la ST.

c) Una recta (r’) perpendicular a r y que pase por S (la recta r’ también puede dibujarse de forma que pase por S y forme 43º con ST).

d) Donde se corten r y r’, ahí tiene que estar Venus.

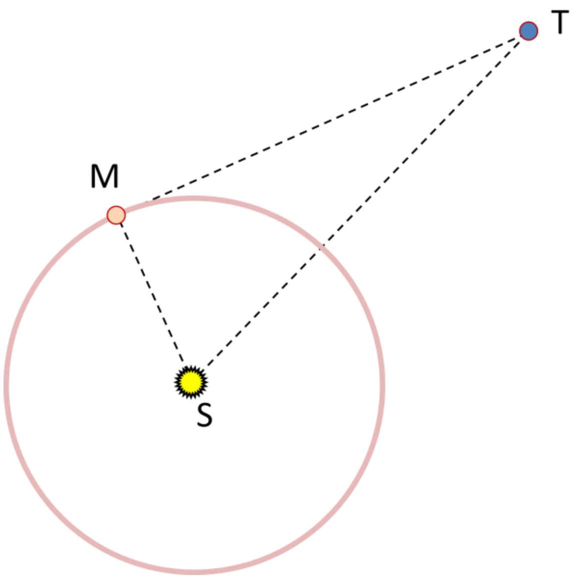




Medimos ahora en el dibujo la distancia SV_2. Resulta ser de 11 cm.

Como los 15 cm de ST representan 150 millones de km, los 11 cm corresponderán a 110 millones de km que es la distancia de Venus al Sol.

Ejercicio 9.5



En el instante de la máxima elongación de Mercurio los ángulos del triángulo STM conocidos son:

M = 90º   ,   T = 23º

Se podría, de nuevo, hacer por semejanza, pero esta vez lo vamos a resolver por Trigonometría:

Sen T = ${}^{SM}/_{TS}$

Sen 23º = ${}^{SM}/_{150.000.000\ km}$

SM = 150.000.000 km · sen 23º = 150.000.000 · 0,39 = 58.610.000 km.

Ejercicio 9.6

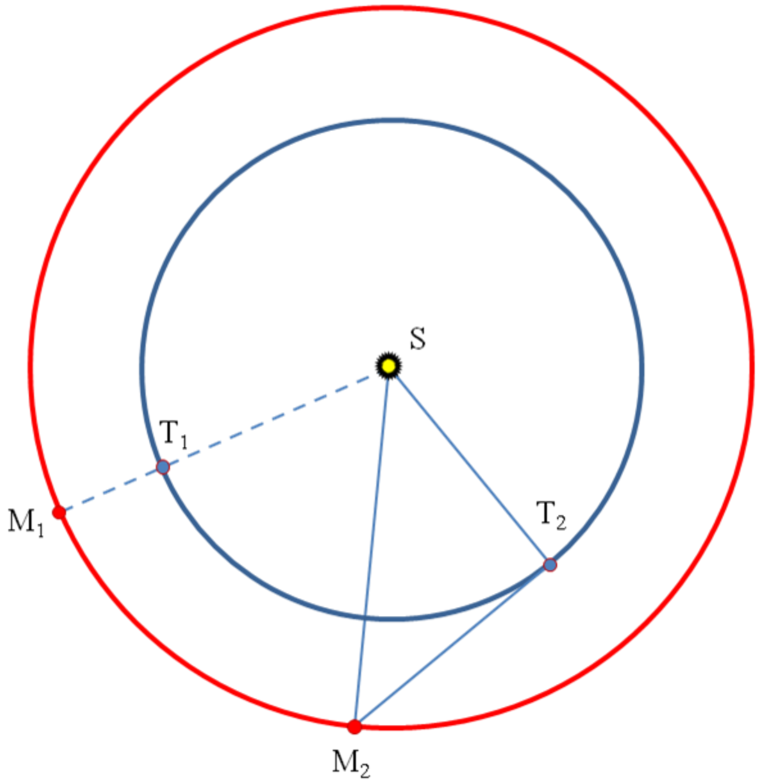
a) $T_1ST_2 = \frac{106}{365,25}\ 360 = 104,5^{o}$

$M_1SM_2 = \frac{106}{687}\ 360 = 55,5^{o}$

b) $T_2SM_2 = 104,5 – 55,5 = 49^{o}$

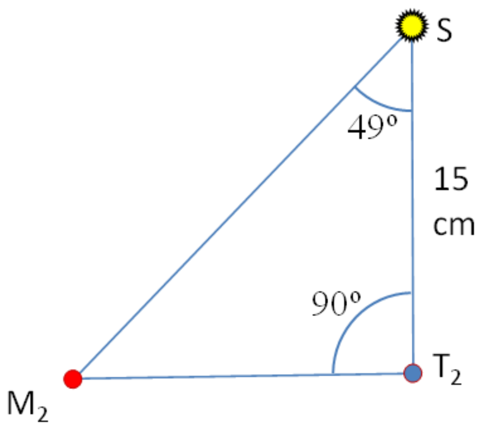
c) $ST_2M_2 = 90^{o}$

$SM_2T_2 = 180 – 90 – 49 = 41^{o}$



d) $SM_2T_2 = 180 – 90 – 49 = 41^{o}$

SM_2 = 22,8 cm en el dibujo, así que la distancia Sol – Marte es de 228 millones de km.



Ejercicio 9.7

a) Como el radio de la órbita terrestre es 150.000.000 km, su longitud será

$L = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot 150.000.000$ km = 942.477.796 km

En un año hay 365,25 días = 365,25·24 horas = 365,25·24·60 minutos =

= 365,25·24·60·60 segundos = 31.557.600 segundos

Así que la Tierra avanza por su órbita a una velocidad media de

$\frac{942.477.796\ km}{31.557.600\ s}$ = 29,87 km/s

b) En esta tabla se recogen todos los cálculos necesarios

	en km		periodo de traslación					en km/s
planeta	radio órbita	longitud órbita	años	días	horas	minutos	segundos	velocidad
Mercurio	58.000.000	364.424.748		88	2.112	126.720	7.603.200	47,93
Venus	108.000.000	678.584.013		225	5.400	324.000	19.440.000	34,91
Tierra	150.000.000	942.477.796		365,25	8.766	525.960	31.557.600	29,87
Marte	228.000.000	1.432.566.250		687	16.488	989.280	59.356.800	24,13
Júpiter	778.000.000	4.888.318.169	11,86	4.331,87	103.965	6.237.886	374.273.136	13,06
Saturno	1.429.000.000	8.978.671.804	29,4	10.738,35	257.720	15.463.224	927.793.440	9,68

Ejercicio 9.8

Para Venus, ya tenemos que a = 0,72 UA por lo que $a^3 = 0,373$

Su período orbital o de traslación es T = 225 días = 225/365,25 años = 0,616 años

$T^2 = 0.379$, así que $T^2/a^3 = 1,016$

Para Marte

$a = 228 \cdot 10^6$ km $= 228 \cdot 10^6 / 150 \cdot 10^6 = 1,52$ $a^3 = 3,512$

T = 687 d = 687 / 365,25 años = 1,88 años $T^2 = 3,534$

$T^2 / a^3 = 1,006$

Cálculo de la velocidad de escape

	Sol	**Me**	**V**	**T**	**Ma**	**J**	**S**	**U**	**N**
G ($\cdot 10^{-12}$) S.I.	66,7	66,7	66,7	66,7	66,7	66,7	66,7	66,7	66,7
Masa ($\cdot 10^{24}$ kg)	$2\cdot 10^{6}$	0,36	4,9	5,98	0,66	1900	587	87	102,5
Radio ($\cdot 10^{6}$ m)	$7\cdot 10^{2}$	2,42	6,05	6,37	3,38	71,3	60,2	25,5	24,7
v_e (km/s)	617,70	4,45	10,39	11,19	5,10	59,62	36,07	21,33	23,53